

Super-Survey Tidal Effects in the Redshift-space

秋津 一之 (東京大学/Kavli IPMU D1)

in collaboration with Masahiro Takada (Kavli IPMU)
and Yin Li (Kavli IPMU/UC Berkeley)
based on Phys. Rev. D 95, 083522(2017) and in prep.

Introduction/Motivation

- **Super-Survey modes** : サーベイ領域を超えるような長波長ゆらぎ
- 重力による非線形モードカップリングによって観測量（短波長ゆらぎ）に影響（systematics）

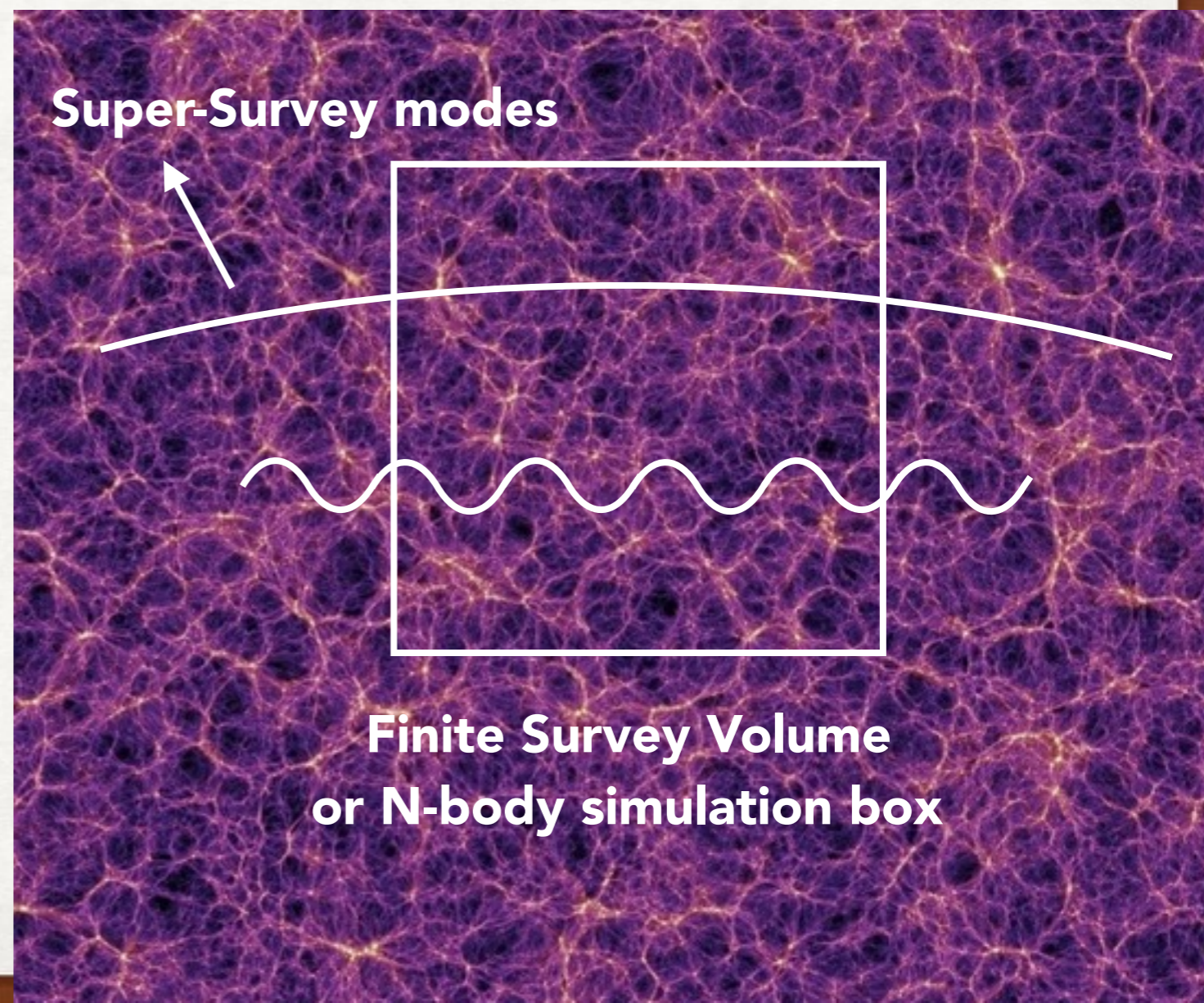
- **観測** : 有限体積

→ 直接観測不可

- **理論** : N体シミュレーション

→ 周期境界条件

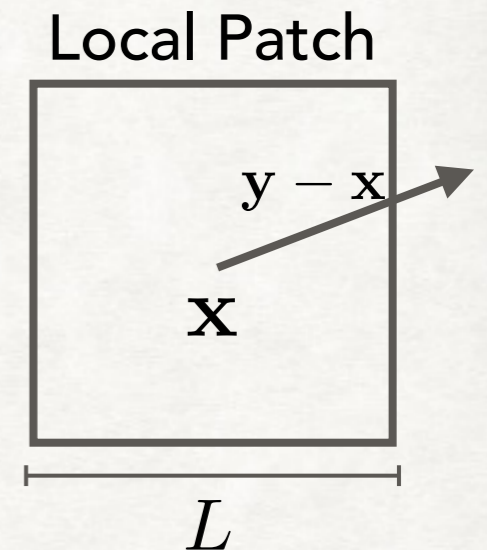
-> 解析的にモデル化する必要



Super-Survey modesの等方成分と非等方成分

- 長波長ゆらぎによる重力ポテンシャルを定義：

$$\Phi_L(\mathbf{x}) \equiv \frac{1}{V_W} \int d^3\mathbf{y} \Phi(\mathbf{y}) W(\mathbf{y} - \mathbf{x}), \quad V_W = \int d^3\mathbf{x} W(\mathbf{x})$$



→ サーベイのスケール $L \sim V_W^{1/3}$ 以下のゆらぎをならしたもの

- 長波長ゆらぎによる重力ポテンシャルをサーベイ領域周りで展開：

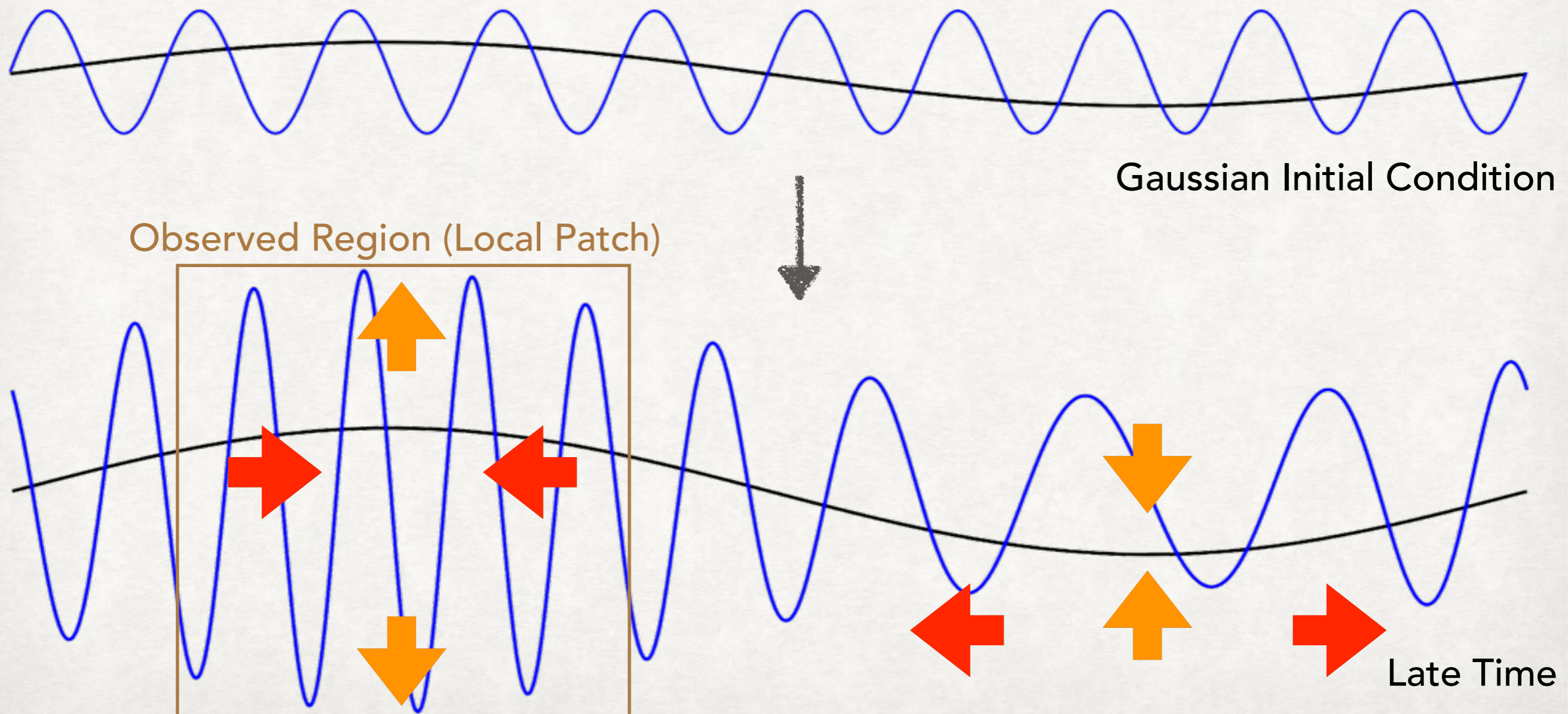
$$\begin{aligned} \Phi_L(\mathbf{x}) &= \Phi_L(\mathbf{x}_0) + \nabla_i \Phi_L|_{\mathbf{x}_0} x^i + \frac{1}{2} \nabla_i \nabla_j \Phi_L|_{\mathbf{x}_0} x^i x^j + \mathcal{O}(\nabla^3 \Phi_L|_{\mathbf{x}_0} x^3) \\ &\simeq \Phi_L(\mathbf{x}_0) + \nabla_i \Phi_L|_{\mathbf{x}_0} x^i + \frac{1}{6} \Delta \Phi_L|_{\mathbf{x}_0} x^2 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \delta_{ij}^K \right) \nabla_i \nabla_j \Phi_L|_{\mathbf{x}_0} x^i x^j \\ &= \Phi_L(\mathbf{x}_0) + \nabla_i \Phi_L|_{\mathbf{x}_0} x^i + \underbrace{\frac{2}{3} \pi G \bar{\rho}_m a^2 \delta_b|_{\mathbf{x}_0}}_{\text{mean density modulation}} x^2 + \underbrace{2\pi G \bar{\rho}_m a^2 \tau_{ij}|_{\mathbf{x}_0}}_{\text{tidal effect}} x^i x^j \end{aligned}$$

- 等方的な成分 (δ_b) と非等方的な成分 (τ_{ij}) は独立な自由度

Super-Survey modesとの非線形モードカップリング

- **Super-Survey modesの影響は二つ：**

1. **Dilation** : 共動距離が変わる (Sherwin&Zaldarriaga12, Li+14a)
2. **Growth** : 成長が促進/抑制 (Hamilton+06, Baldauf&Seljak+11)



Super-Survey modesに対するPower Spectrumの応答

- 理論：ensemble average

$$P(k) \equiv \langle \delta(\mathbf{k})^2 \rangle$$



Super-Survey modesの影響を考慮

$$P(\mathbf{k}; \delta_b) \simeq P(k) + \frac{\partial P(k)}{\partial \delta_b} \delta_b$$

power spectrum response to δ_b

- 観測：統計平均

$$\hat{P}(k_i) \equiv \frac{1}{V_W} \int_{|\mathbf{k}| \in k_i} \frac{d^3 \mathbf{k}}{V_{k_i}} \delta(\mathbf{k}) \delta(-\mathbf{k})$$



$$\hat{P}(k_i) \equiv \frac{1}{V_W} \int_{|\mathbf{k}| \in k_i} \frac{d^3 \mathbf{k}}{V_{k_i}} \delta_W(\mathbf{k}) \delta_W(-\mathbf{k})$$


- dimensionless power spectrumに対する応答

$$\frac{\partial k^3 P(k; \delta_b)}{\partial \delta_b} \simeq k^3 \underbrace{\frac{\partial P(k; \delta_b)}{\partial \delta_b}}_{\text{growth}} \Big|_{k \text{ fixed}} + \underbrace{\frac{\partial k^3 P(k; \delta_b)}{\partial \ln k}}_{\text{dilation}} \frac{\partial \ln k}{\partial \delta_b}$$

- 標準的な宇宙論を仮定した場合に、responseの具体形がどうなるか？

Power Spectrum Response & Squeezed Bispectrum

- **Ansatz** : Squeezed Bispectrum (3点相関関数) は長波長ゆらぎに対する Power Spectrum (2点相関関数) の応答で表せる (**Consistency Relation**)

$$\lim_{q \rightarrow 0} B(\mathbf{k}, -\mathbf{k} - \mathbf{q}, \mathbf{q}) = P^L(q) \left[\frac{\partial P(\mathbf{k})}{\partial \delta_b} + \left(\hat{q}_i \hat{q}_j - \frac{\delta_{ij}^K}{3} \right) \frac{\partial P(\mathbf{k})}{\partial \tau_{ij}} \right]$$


- **Standard Perturbation Theory** :

$$P(\mathbf{k}; \delta_b, \tau_{ij}) \simeq P(k) + \delta_b \left[\frac{47}{21} - \frac{1}{3} \frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k} \right] P(k) + \tau_{ij} \hat{k}_i \hat{k}_j \left[\frac{8}{7} - \frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k} \right] P(k)$$

growth
dilation
growth
dilation

(Dai&Pajar+15, Akitsu+17)

- \hat{k}_i 依存性 → 非等方 clustering

→ Redshift-space Distortion や Alcock-Paczynski test に影響

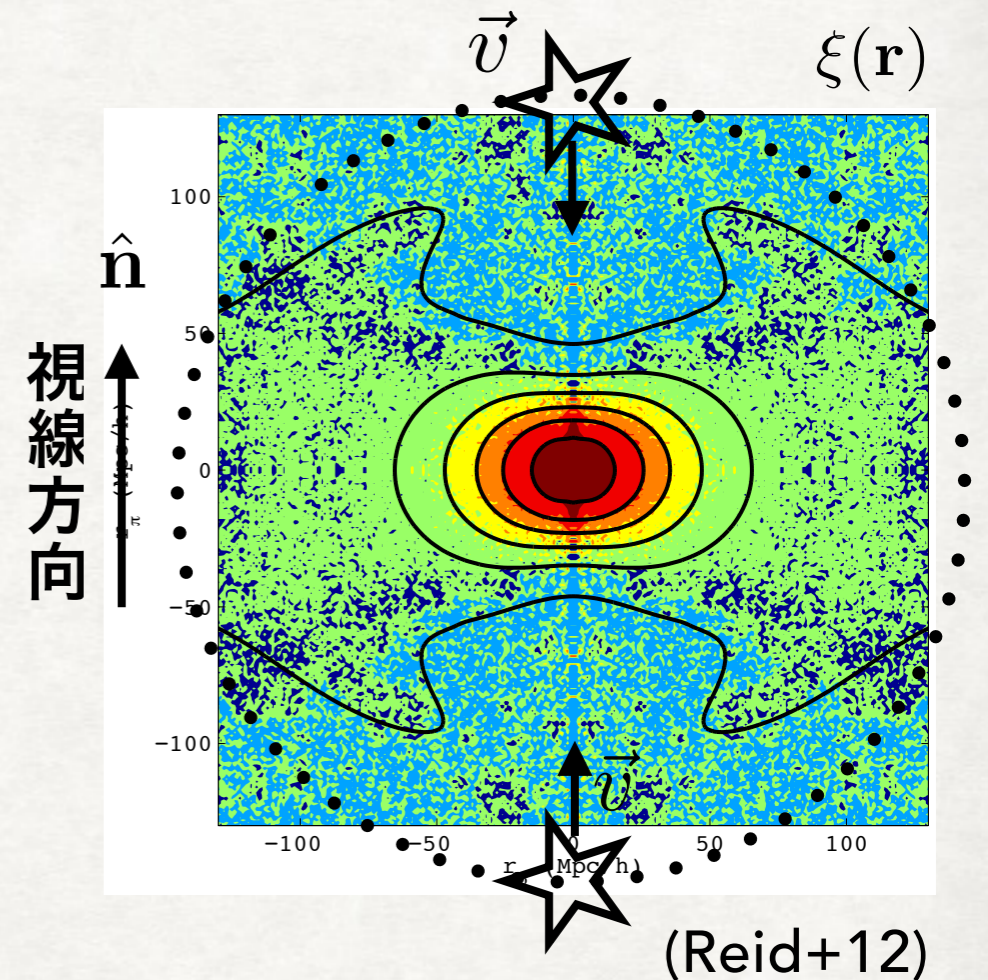
Redshift-space Distortion

- 特異速度によるドップラー効果で視線方向に歪む → 非等方性
(視線方向 \hat{n} が preferred direction)

- 線形理論 (Kaiser87)

$$\delta_g^S(\mathbf{k}) = b [1 + \beta \mu^2] \delta_m(k)$$

$$\left(\delta_g = b \delta_m, \beta \equiv \frac{f}{b} = \frac{1}{b} \frac{d \ln D}{d \ln a}, \mu \equiv \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{n}} \right)$$



- Super-Survey modesを考慮すると、 τ_{ij} も preferred direction
- τ_{ij} は速度場にも影響を与えるので、additionalな非等方性を生むはず

Power Spectrum Response in the Redshift-space

(Akitsu&Takada in prep.)

- 赤方偏移空間における密度ゆらぎについて実空間と同様の考察をする。
ただし、長波長ゆらぎは実空間のものを考える。

$$\lim_{q \rightarrow 0} B_{ssm}(\mathbf{k}, -\mathbf{k} - \mathbf{q}, \mathbf{q}) = P^L(q) \left[\frac{\partial P_s(\mathbf{k})}{\partial \delta_b} + \left(\hat{q}_i \hat{q}_j - \frac{\delta_{ij}^K}{3} \right) \frac{\partial P_s(\mathbf{k})}{\partial \tau_{ij}} \right]$$

$$\text{w/ } \langle \delta_s(\mathbf{k}_1) \delta_s(\mathbf{k}_2) \delta_{mL}(\mathbf{q}) \rangle \equiv B_{ssm}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) (2\pi)^3 \delta_D^3(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{q})$$

- Standard Perturbation theory :**

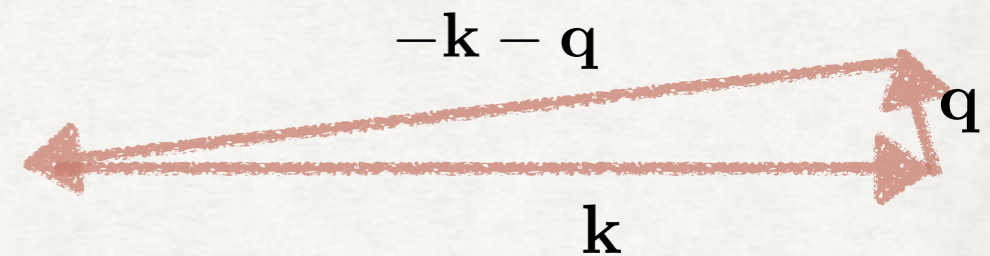
$$\frac{\partial P_s(\mathbf{k})}{\tau_{ij}} = \left[\frac{8}{7} - \frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k} \right] \hat{k}_i \hat{k}_j b^2 P(k)$$

$$+ \left[b \hat{n}_i \hat{n}_j + \frac{24}{7} \mu^2 \hat{k}_i \hat{k}_j - \mu \left(2\mu \hat{k}_i \hat{k}_j + b \hat{k}_i \hat{n}_j \right) \frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k} \right] b f P(k)$$

$$+ \left[\frac{16}{7} \mu \hat{k}_i \hat{k}_j + 4b \hat{k}_i \hat{n}_j - \left(\mu \hat{k}_i \hat{k}_j + 2b \hat{k}_i \hat{n}_j \right) \frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k} \right] f^2 \mu^3 P(k)$$

$$+ \left[4\mu \hat{k}_i \hat{n}_j - \hat{n}_i \hat{n}_j - \mu \hat{k}_i \hat{n}_j \frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k} \right] f^3 \mu^4 P(k)$$

- τ_{ij} に対する応答には $\tau_{ij} \hat{k}_i \hat{k}_j$, $\tau_{ij} \hat{k}_i \hat{n}_j$, $\tau_{ij} \hat{n}_i \hat{n}_j$ のような項が現れる



Redshift-spaceで現れる非等方性

- $\hat{k}_i \hat{k}_j \hat{n}_i \hat{n}_j$: **Kaiser factor**は $\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial(\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}})}{\partial \hat{\mathbf{n}}} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ 由来
→ $\hat{k}_i \hat{k}_j \propto \partial_{(i} v_{j)}$ **velocity shear**の視線方向への**projection**
- $\tau_{ij} \hat{k}_i \hat{k}_j$: **large-scale tidal field** τ_{ij} と
small-scale tidal field $\propto \left(\hat{k}_i \hat{k}_j - \frac{1}{3} \delta_{ij}^K \right)$ の**coupling**
 $\sim \partial_{(i} v_{j)}$
- $\tau_{ij} \hat{k}_i \hat{n}_j$: **必ず** $\tau_{ij} \hat{k}_i \hat{n}_j \hat{k}_l \hat{n}_l$ の形で現れる ($P_s(\mathbf{k}) = P_s(-\mathbf{k})$ の対称性)
large-scale tidal fieldの視線方向への**projection**と
large-scale tidal fieldと**small-scale velocity**の**coupling**
- $\tau_{ij} \hat{n}_i \hat{n}_j$: **large-scale tidal field**の視線方向への**projection**
(**large-scale velocity**のKaiserが**mapping**を通じて見える)

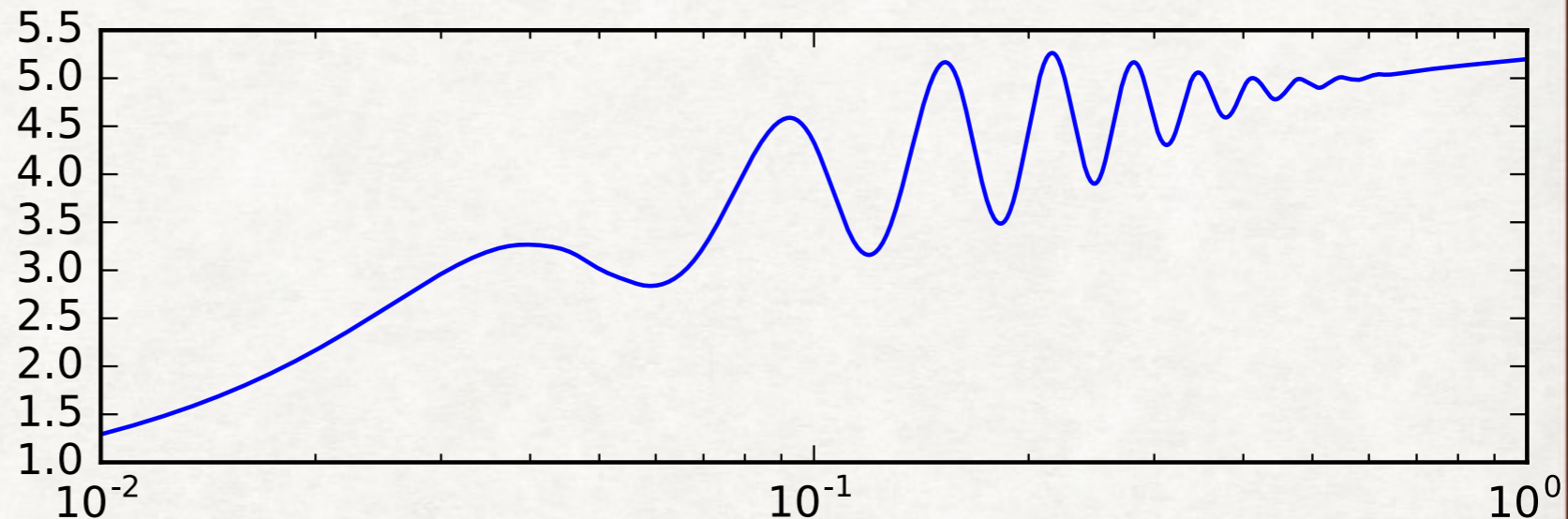
Power Spectrum Response for τ_{33} & BAO peak shift

$$P_{g2,obs}^S(k) = P_{g2}^S + \frac{\partial P_{g2}^S(k)}{\partial \tau_{33}} \tau_{33}$$

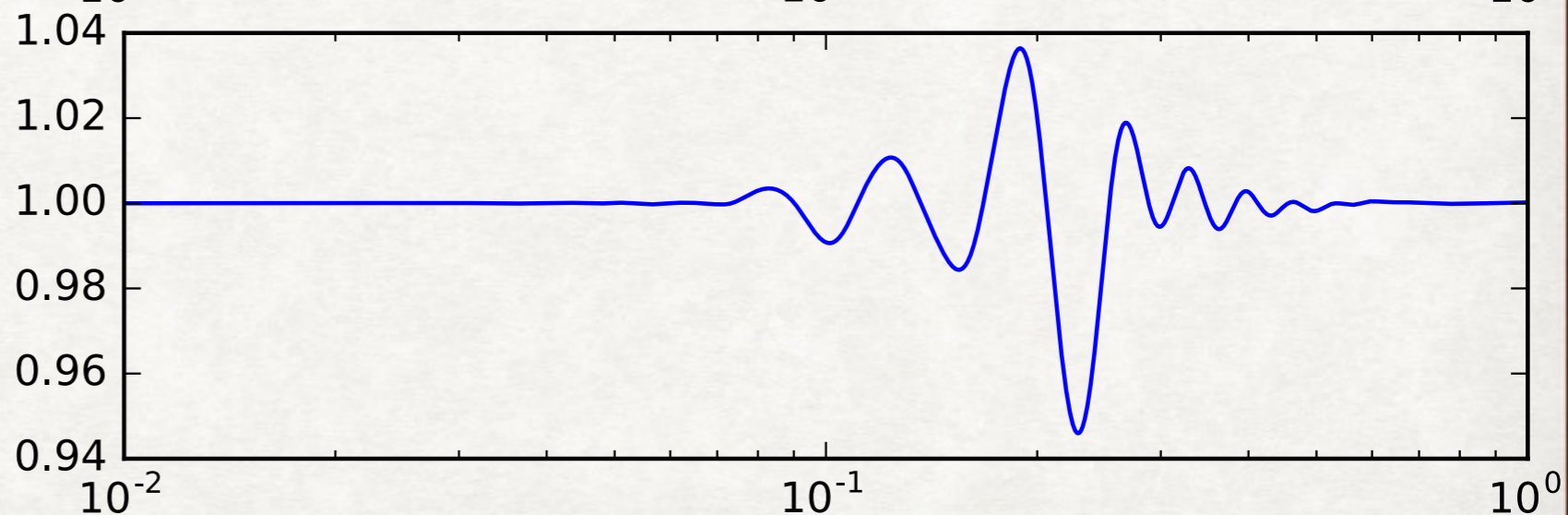
power spectrum response to tau
= growth + dilation (k微分)

- relative responseは $\mathcal{O}(1)$

$$\frac{\partial P_{g2}^S(k) / \partial \tau_{33}}{P_{g2}^S(k)}$$



$$\frac{P_{g2}^S(k)}{P_{g2,nowiggle}^S(k)}$$



- **BAO wiggle**

→ **BAO peak shift**

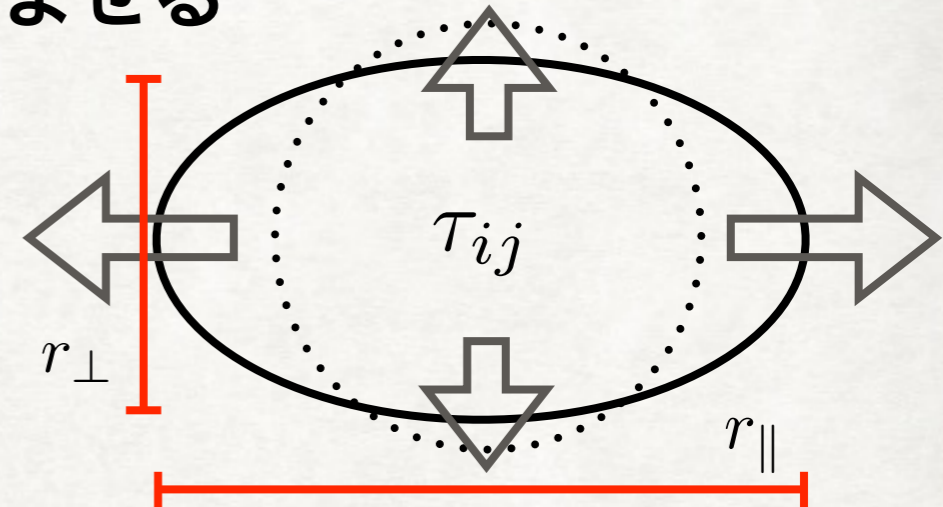
特に、 τ_{ij} はshiftが方向依存

k [h/Mpc]

Alcock-Paczynski test

- 非等方クラスタリング → BAO peakを歪ませる

視線方向 →



- **Alcock-Paczynski test** (Alcock&Paczynski79) :

BAO peakが等方であるべしということから宇宙論パラメタを制限

- 理論：共動距離 $(r_{\parallel}, r_{\perp})$ ↔ 観測：redshift & angle $(\Delta z, \Delta\theta)$

some cosmological models

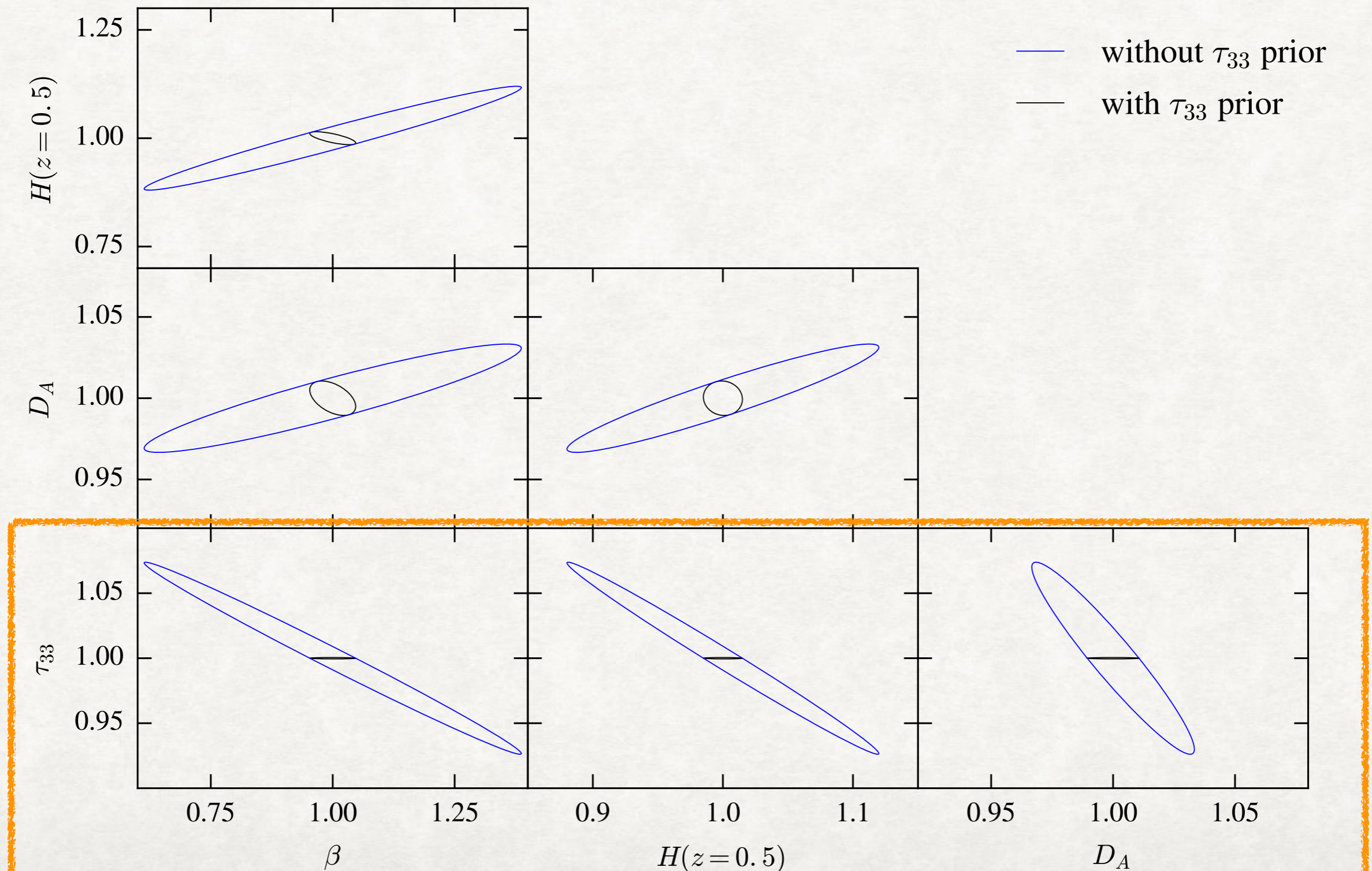
- 視線方向の距離：
$$r_{\parallel} = \frac{\Delta z}{H(z)}$$

- 視線方向と垂直な方向の距離：
$$r_{\perp} = (1+z)D_A(z)\Delta\theta \quad D_A = \frac{1}{1+z} \int_0^z \frac{dz}{H(z)}$$

- T_{ij} は $(r_{\parallel}, r_{\perp})$ を非等方に変えてしまう

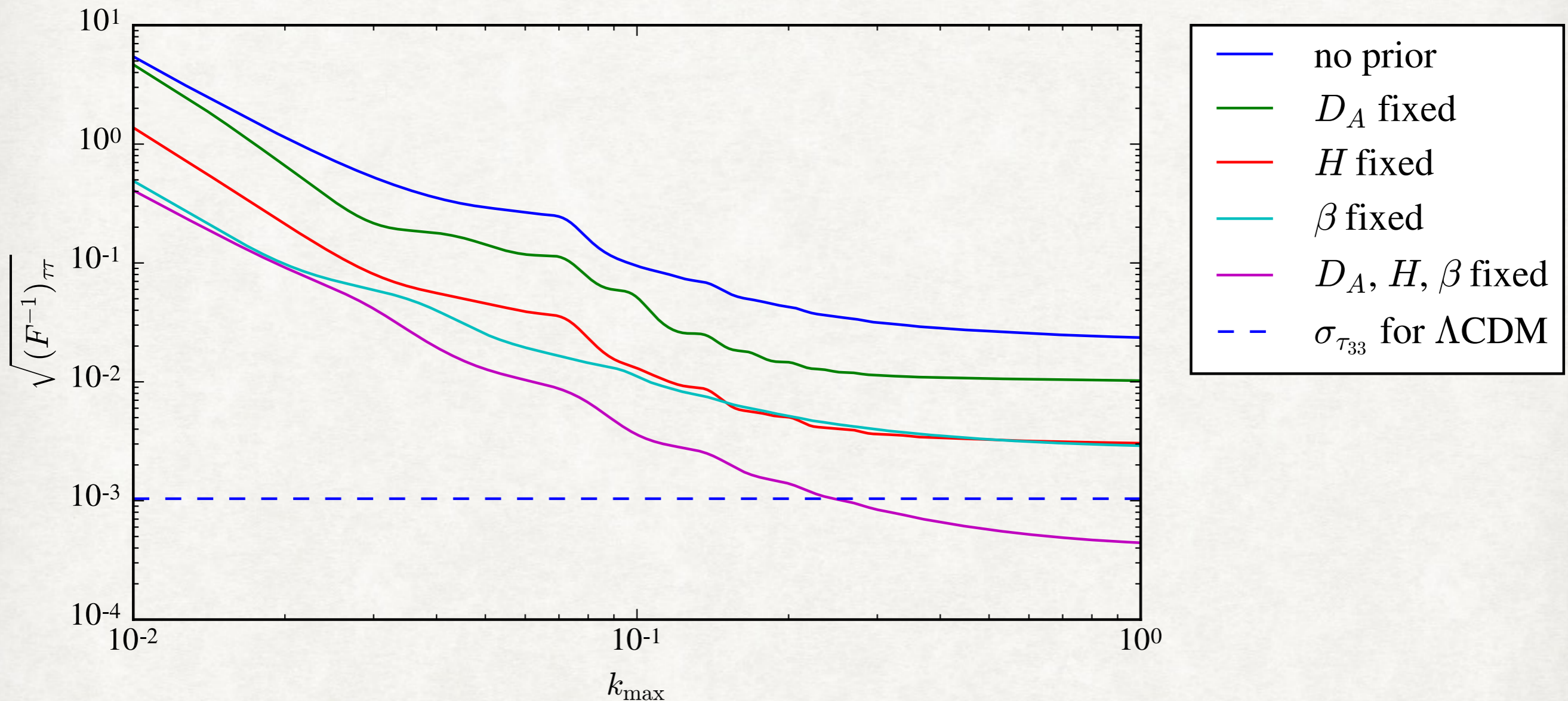
Fisher Forecast

- 銀河サーベイで、 τ_{33} と $D_A, H(z), \beta$ がどのくらい縮退するか ($z = 0.5$)



Detectability of the large-scale tidal field

- 摂動論で導出したresponseを小スケールまで外挿して計算

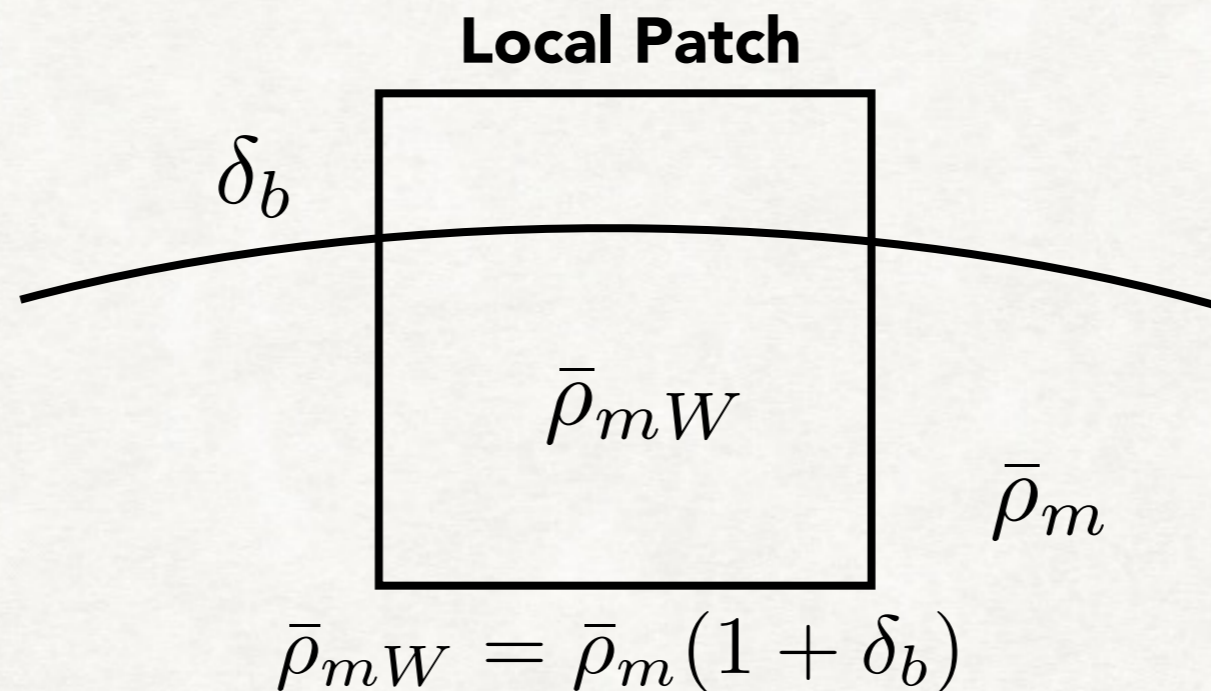


- D_A, H, β などが他のサーベイや大スケールの情報からfixできれば、
 $k_{\max} \simeq 0.25 h/\text{Mpc}$ あたりで Λ CDMでのrmsを超えられる。

Separate Universe Picture

- 摂動論が破綻する強非線形領域におけるsuper-survey modesに対する応答はどうか？
 - 大きなboxサイズでのsimulation?
 - 計算コスト大だが、長波長ゆらぎは線形成長。
 - 非線形成長を計算するというN体simulationの精神から離れていく
 - separate universe picture
- 長波長ゆらぎはLocal patch内で一様成分のように振る舞う
 - 長波長ゆらぎはLocalにはbackgroundと見分けがつかない
 - 長波長ゆらぎをbackgroundの量に取り込んでしまう

Super-Survey modes in the separate universe picture



- $\bar{\rho}_{mW} a_W^3 = \bar{\rho}_m a^3 \quad \rightarrow \quad a_W \simeq a \left[1 - \frac{1}{3} \delta_b \right]$

→ 宇宙膨張が早く / 遅くなる → **Growth effect**

- $a_W \lambda_W^{\text{com}} = a \lambda^{\text{com}} \quad \rightarrow \quad \lambda_W^{\text{com}} \simeq \lambda^{\text{com}} \left[1 + \frac{1}{3} \delta_b \right]$

→ 共動距離が変わる → **Dilation effects**

→ **Separate Universe Simulation**

(Sirko05, Li+14a)

Separate Universe Simulation

(Sirko05, Li+14a, Baldauf+16)

- 長波長ゆらぎ δ_b の効果をbackgroundに吸収

& local patchが (別の) FLRW universeにみえることを要請

From the same initial seeds

$$\begin{aligned} \delta_b &\neq 0 \\ a, h, \Omega_m, \Omega_\Lambda \\ \Omega_K &= 0 \end{aligned}$$

Perturbed **flat** FLRW Universe

=

$$\begin{aligned} \delta_b &= 0 \\ a_W, h_W, \Omega_{mW}, \Omega_{\Lambda W} \\ \Omega_{KW} &\neq 0 \end{aligned}$$

curved FLRW Universe (Unperturbed)
= Separate Universe

- パラメタの関係は以下の通り

$$a_W \simeq a \left[1 - \frac{1}{3} \delta_b \right], \quad \frac{\delta h}{h} \equiv \frac{h_W - h}{h} \simeq -\frac{5\Omega_m}{6} \frac{\delta_b(t)}{D(t)}, \quad \frac{\delta\Omega_m}{\Omega_m} = \frac{\delta\Omega_\Lambda}{\Omega_\Lambda} = \Omega_{KW} \simeq -2 \frac{\delta h}{h}$$

Mode-coupling in the separate universe picture

- **separate universe**における短波長ゆらぎの（線形）発展方程式

$$\ddot{\delta}_{\text{local},s} + 2H_W \dot{\delta}_{\text{local},s} - 4\pi G \bar{\rho}_{mW} \delta_{\text{local},s} = 0$$

$$\rightarrow \ddot{\delta}_{\text{local},s} + 2H \dot{\delta}_{\text{local},s} - 4\pi G \bar{\rho}_m \delta_{\text{local},s} = \frac{2}{3} \dot{\delta}_b \dot{\delta}_{\text{local},s} + 4\pi G \bar{\rho}_m \delta_b \delta_{\text{local},s}$$

$$\rightarrow \delta_{\text{local},s} \propto D(t) \left[1 + \frac{13}{21} \delta_b \right]$$

mode-coupling btw. long- & short

- $\delta_{\text{local}} \equiv \frac{\rho}{\bar{\rho}_{mW}} - 1, \quad \delta_{\text{global}} \equiv \frac{\rho}{\bar{\rho}_m} - 1, \quad \bar{\rho}_{mW} = \bar{\rho}_m (1 + \delta_b)$

$$\rightarrow \delta_{\text{global}} = (1 + \delta_b) \delta_{\text{local}}$$

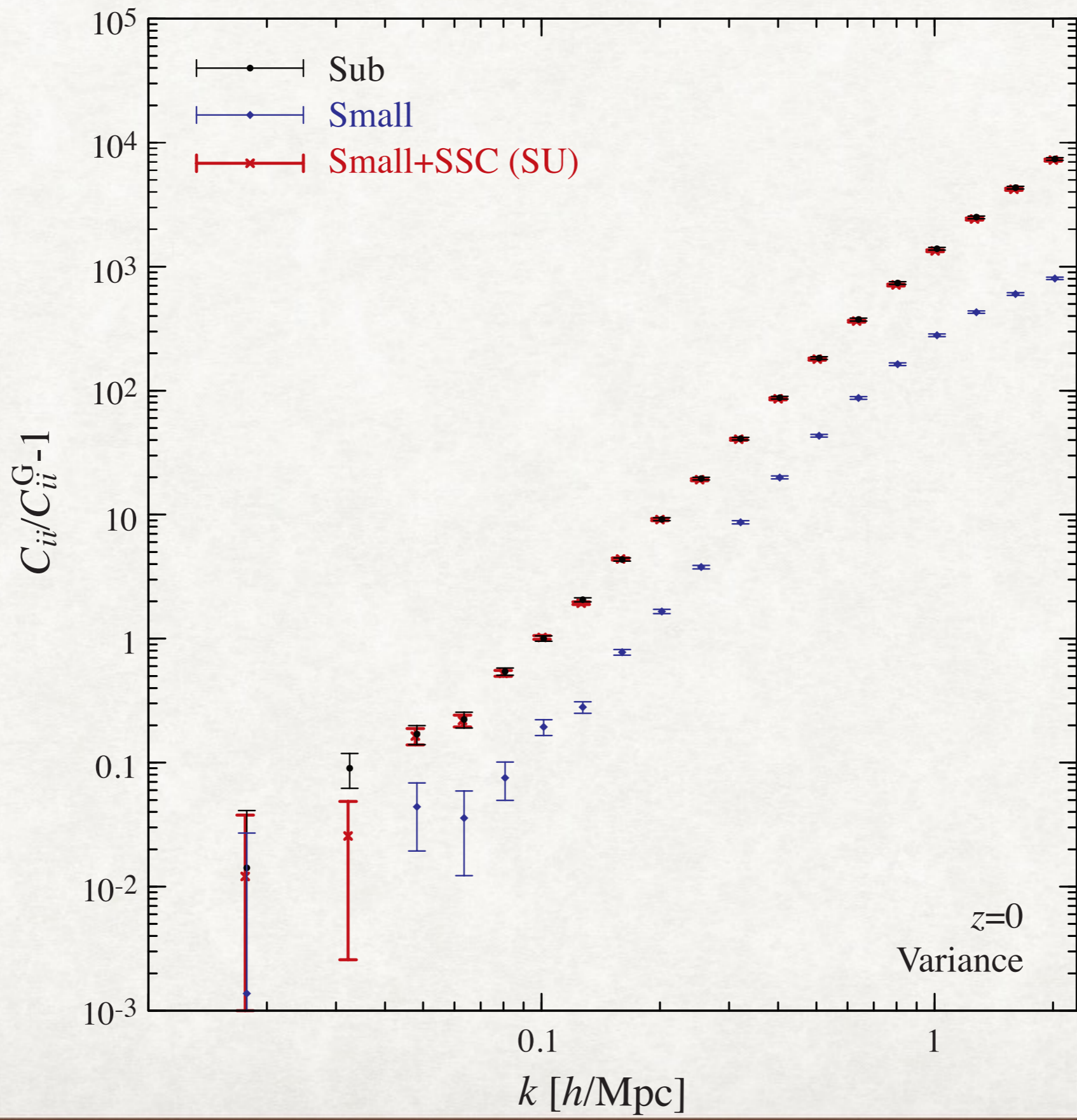
- **Perturbation theory :**

$$\begin{aligned} \delta_s^{(2)}(\mathbf{k}) &= \delta_s^{(1)}(\mathbf{k}) + \int \frac{d\Omega_{\mathbf{q}}}{4\pi} F_2(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \delta_s^{(1)}(\mathbf{k}) \delta_l^{(1)}(\mathbf{q}) \\ &= \delta_s^{(1)}(\mathbf{k}) \left[1 + \left(1 + \frac{13}{21} \right) \delta_b \right] \end{aligned} \quad \delta_b = \int \frac{d\Omega_{\mathbf{q}}}{4\pi} \delta_l^{(1)}(\mathbf{q})$$

(Baldauf+11, Takada&Hu13, Valageas14)

- 変更されたbackground上で短波長ゆらぎの成長を解けば、長波長ゆらぎと短波長ゆらぎのモードカップリングが考慮される。

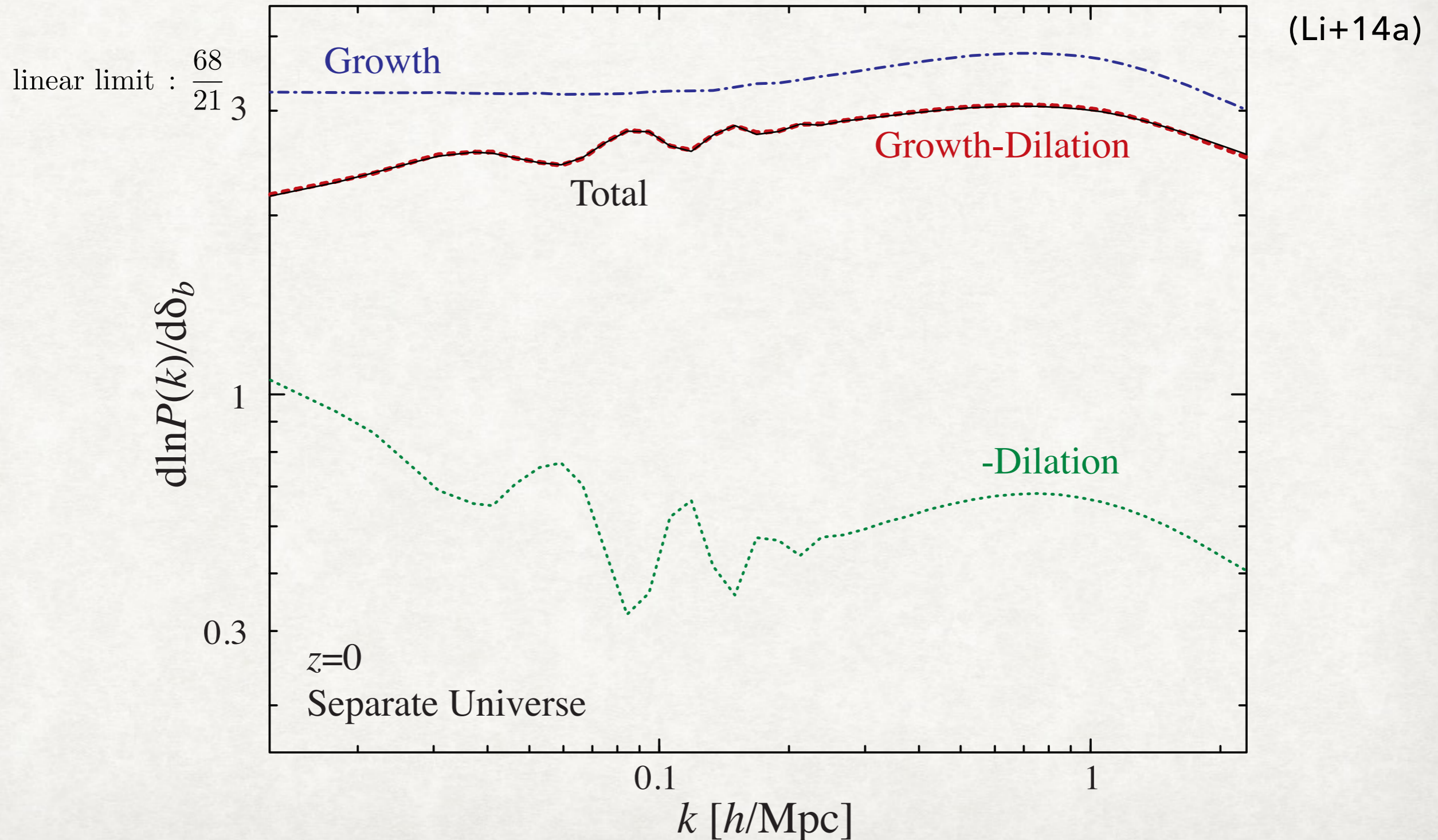
Separate Universe Simulation demonstration



(Li+14a)

Power Spectrum Response for δ_b

- separate universe simulationからpower spectrum responseを測定



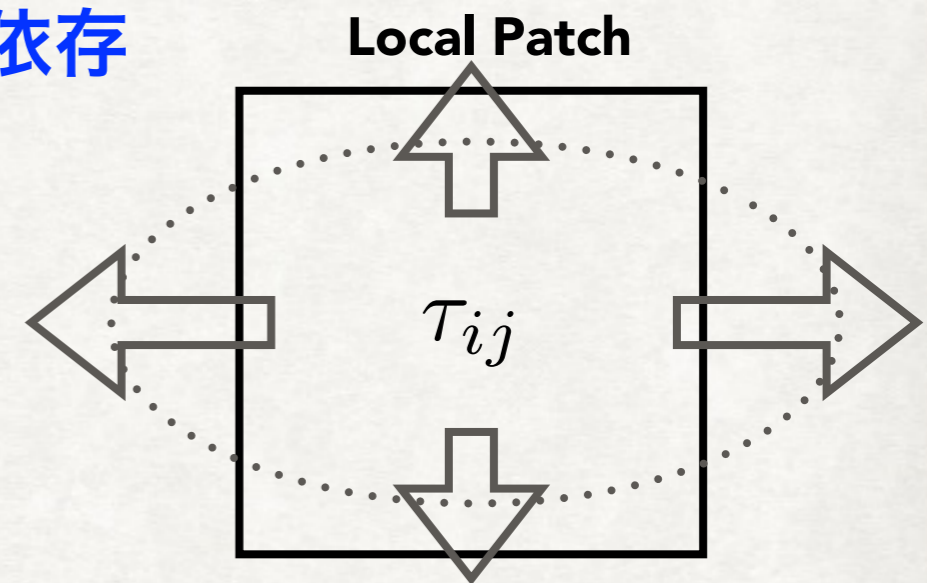
“Tidal” Separate Universe Simulation?

- 長波長ゆらぎの密度ゆらぎ δ_b は一様等方成分 \rightarrow FLRW宇宙に吸収可
- Large-scale tidal field τ_{ij} は一様だが非等方 \rightarrow Bianchi I?
 \rightarrow No. Bianchi Iの非等方性はRicci tensor起源でlocalに決まる

(Ip&Schmidt17)

- Newtonian tidal field τ_{ij} のGR対応物はWeyl tensorにencode
 \rightarrow non-local : local patchの外の物質分布に依存

- separate universe pictureは破綻するが、
 τ_{ij} がlinearで成長すると思えば、
 方向毎にscale factorを分解すればできそう



$$\bar{\rho}_W = \bar{\rho}$$

$$a_{W_i} \simeq a[1 - \tau_i] \quad \left(\sum_i a_{W_i} = 3a \right)$$

Summary

- **Super-Survey modes: サーベイ領域を超える長波長ゆらぎ**
 1. **Dilation** : 共動距離を変える
 2. **Growth** : 成長を促進 / 抑制する
- **Redshift-spaceでのSuper-Survey modesへの応答を定式化**
 - 特に、**Super-Survey modes**の非等方的成分 (τ_{ij}) は非等方 **clustering**を引き起こす (**AP test**への影響)
- **強非線形領域における影響を調べるためには、 τ_{ij} を取り入れたN体シミュレーションが必要 (separate universe simulationの拡張)**
 - future works**