2017/10/21-23
第6回観測的宇宙論ワークショップ

＠弘前大学

Approaching and going beyond the shell crossing of structure formation with perturbation theory

樽家 篤史

（京都大学 基礎物理学研究所）

Stéphane Colombi (IAP)　　嵯峨承平 (京大基研)

内容

大規模構造の摂動論とその問題

１次元宇宙での考察

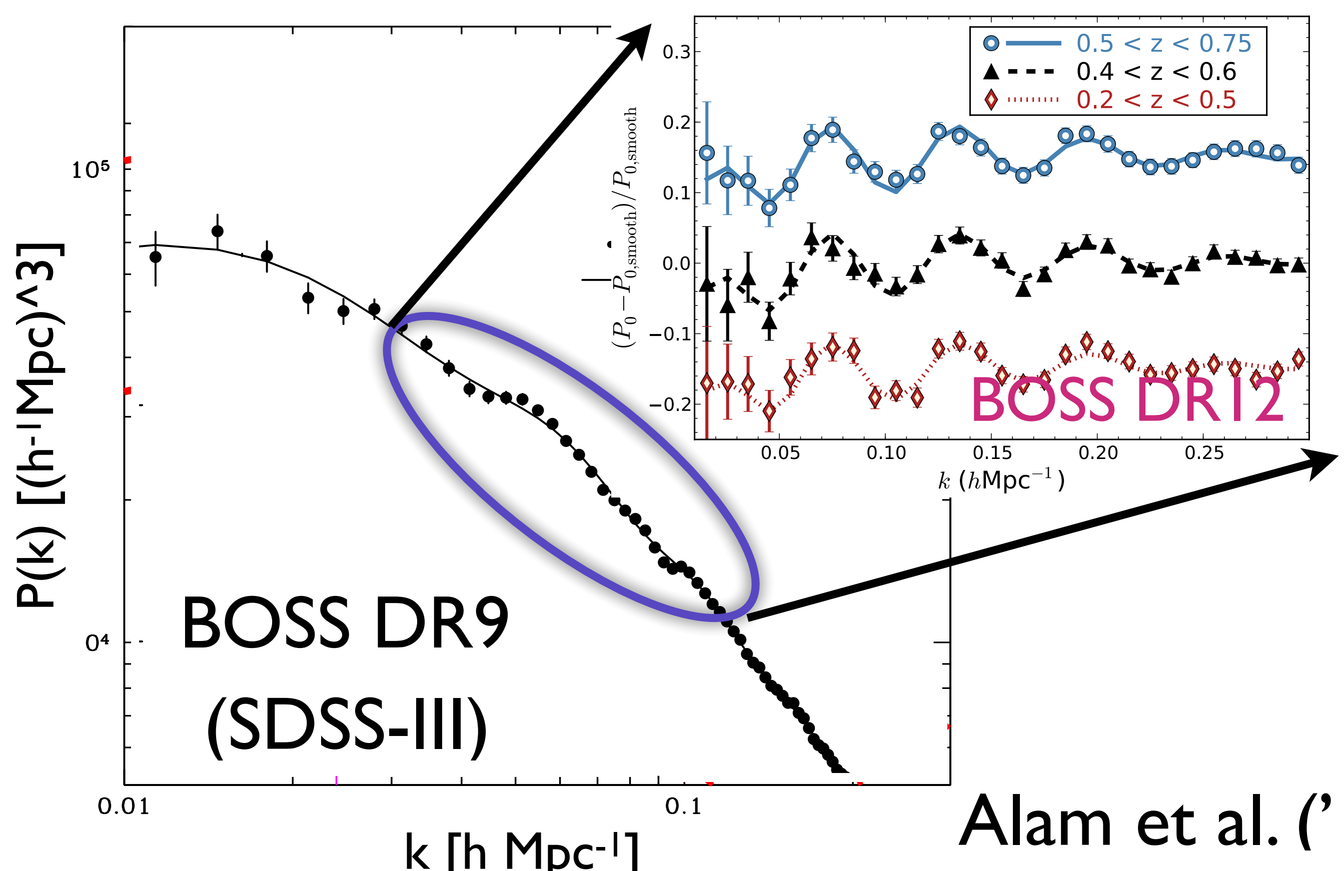
３次元への拡張に向けた課題

まとめ

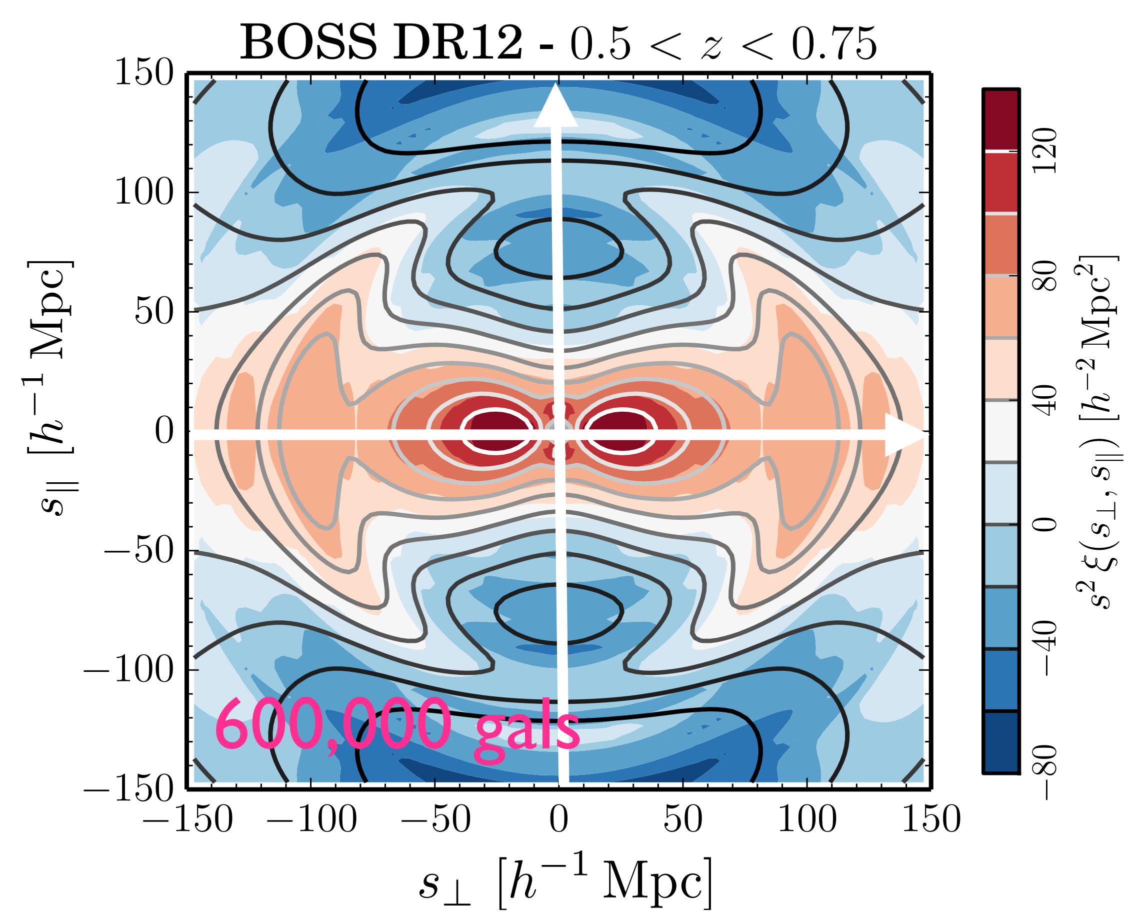
宇宙大規模構造と宇宙論

銀河サーベイの重要ターゲット：

- バリオン音響振動　　加速膨張の診断
- 赤方偏移ゆがみ　　重力のテスト
- フリーストリーム減衰　　ニュートリノ質量和



Alam et al. ('16)



観測スケール

k<0.2–0.3 h/Mpc @ z~0–2 （重力進化の線形〜弱非線形領域）

摂動論による大規模構造の記述

精密観測データと比較する理論テンプレートとして、

摂動論による解析的計算手法が威力を発揮

大規模構造の非線形重力進化

＋ 赤方偏移空間ゆがみ・銀河バイアスの非線形性

最近

- くりこみや高次摂動計算などのテクニックの発展
- 高速計算可能なパブリックコード

(Crocce & Scoccimarro '08, AT & Hiramtsu '08, Matsubara ’08, AT et al. '12, ...)

➡ 宇宙論データ解析に応用　(WiggleZ, SDSS BOSS, …)

大規模構造の摂動論

弱重力 → ニュートン重力　& ゆらぎの波長 << ハッブル半径

冷たい暗黒物質(CDM) + バリオン≈圧力ゼロの渦なし流体

質量密度場

速度場

$$\frac{\partial \delta_{\rm m}}{\partial t} + \frac{1}{a}\nabla\left[(1+\delta_{\rm m})\boldsymbol{v}\right] = 0,$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \frac{1}{a}(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\,\boldsymbol{v} = -\frac{1}{a}\frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{x}},$$

$$\frac{1}{a^2}\nabla^2\Psi = 4\pi\,G\,\rho_{\rm m}\,\delta_{\rm m}.$$

ニュートンポテンシャル

Juszkiewicz ('81), Vishniac ('83), Goroff et al. ('86), Suto & Sasaki ('91), Makino, Sasaki & Suto ('92), Jain & Bertschinger ('94), ...

標準摂動論

$|\delta| \ll 1$

$$\delta = \delta^{(1)} + \delta^{(2)} + \delta^{(3)} + \cdots$$

パワースペクトル

$$\langle \delta(\boldsymbol{k};t)\delta(\boldsymbol{k}';t)\rangle = (2\pi)^3\,\delta_{\rm D}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}')\,P(|\boldsymbol{k}|;t)$$

無衝突自己重力多体系

より基本的な記述：

CDM + バリオン＝無衝突粒子からなる自己重力多体系

無衝突ボルツマン方程式
(ヴラソフ方程式)

分布関数

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{p}}{ma^2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}}-m\frac{\partial\Psi}{\partial \boldsymbol{x}}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{p}}\right]f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})=0,$$

ポアソン方程式

$$\nabla^2\Psi(\boldsymbol{x})=4\pi\,G\,a^2\left[\frac{m}{a^3}\int d^3\boldsymbol{p}\,f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})-\rho_{\rm m}\right]$$

初期設定
(シングルストリーム)

デルタ関数

$$f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p})=\overline{n}\,a^3\;\{1+\delta_{\rm m}(\boldsymbol{x})\}\;\delta_{\rm D}\left[\boldsymbol{p}-m\,a\,\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x})\right]$$

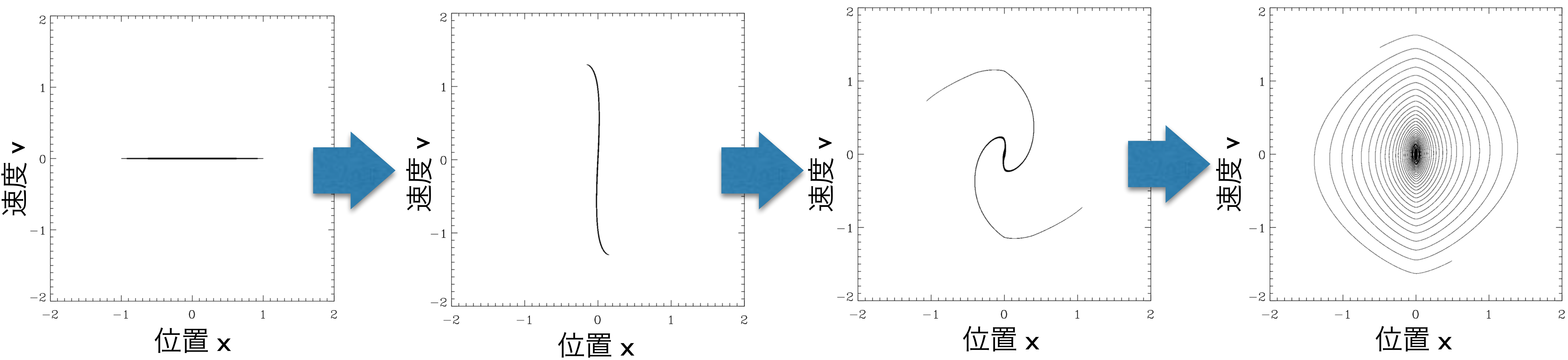
質量密度場　速度場

シングルストリームの仮定では圧力ゼロの流体系に帰着

ただし、この仮定はいずれ破れる（→ 摂動計算の破綻）

一次元重力系での例

1 次元重力系の時間発展（宇宙膨張なし）



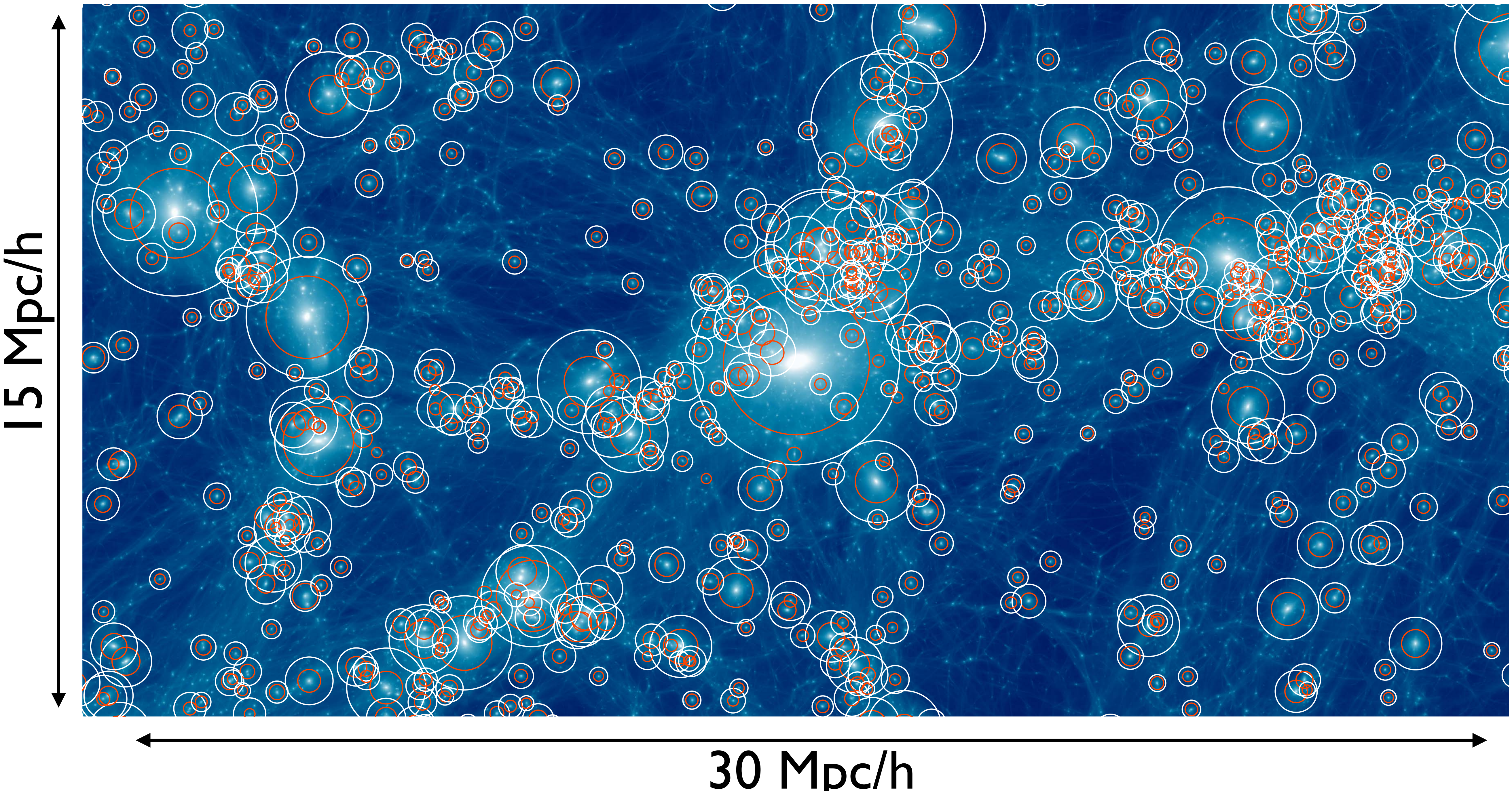
初期条件　シェルクロッシングの形成　マルチストリーム領域の発達　ハローの形成

シングルストリームとして扱えるのはここまで

宇宙論的状況だとハロー外部にシングルストリーム領域が広がる

スプラッシュバック半径

＝シングルストリームとマルチストリームの境界 (白いマル)

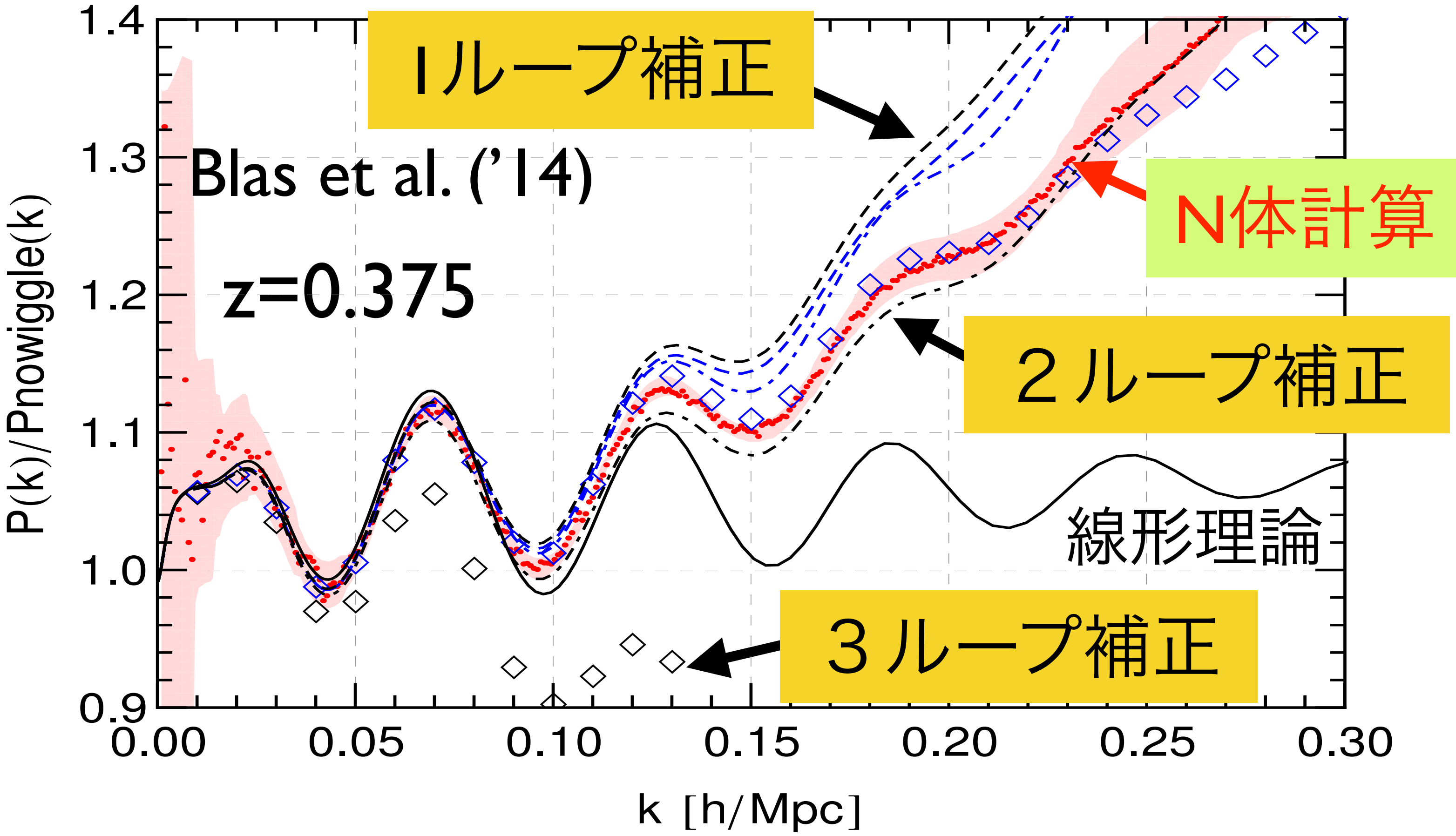


Diemer et al. ('17)

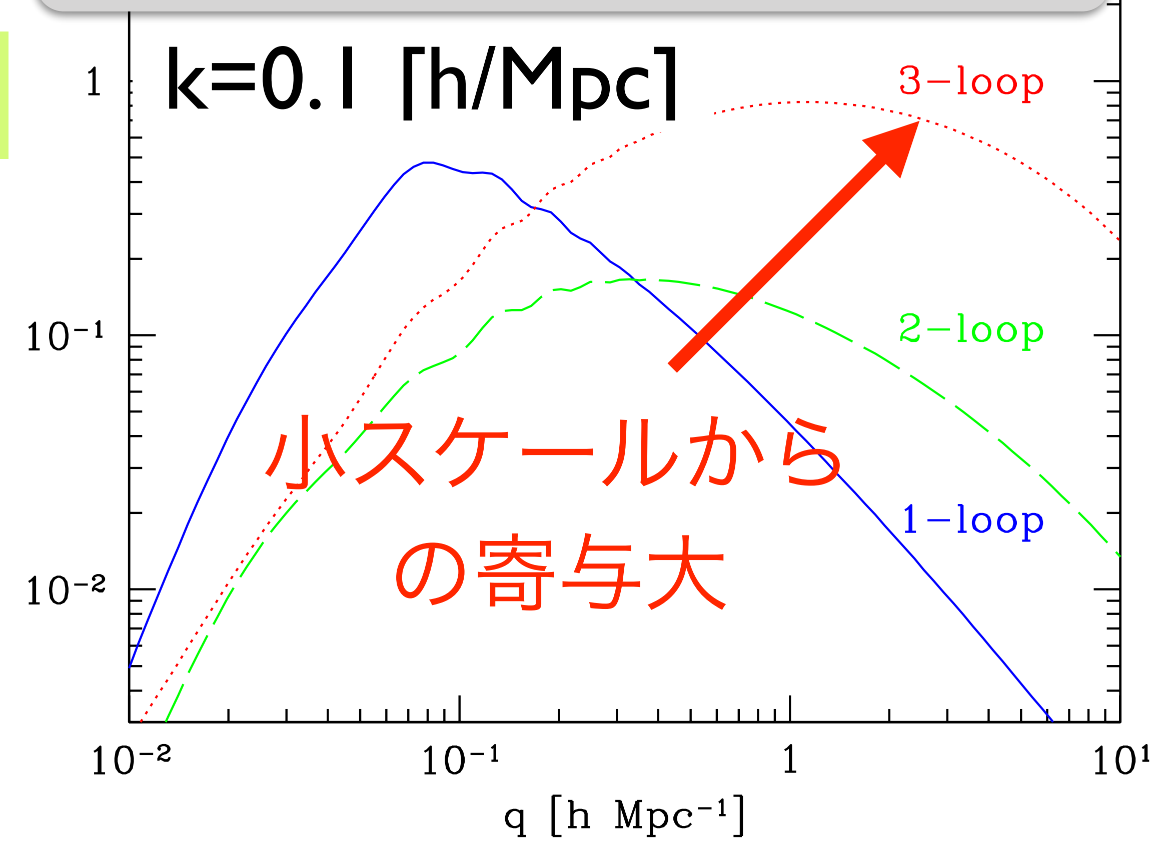
摂動論の UV 問題

ハロー形成が起こる小スケールに目をつぶれば

シングルストリーム近似にもとづく摂動計算は問題ない？



$$P_{\text{n-loop}}(k) \propto \int d\ln q \; K_{\text{n-loop}}(k,q)\, P_0(q)$$



高次計算すると大スケールのゆらぎが小スケールと強くカップリング → 摂動論が破綻

Bernardeau, AT & Nishimichi ('14)

大規模構造の応答関数

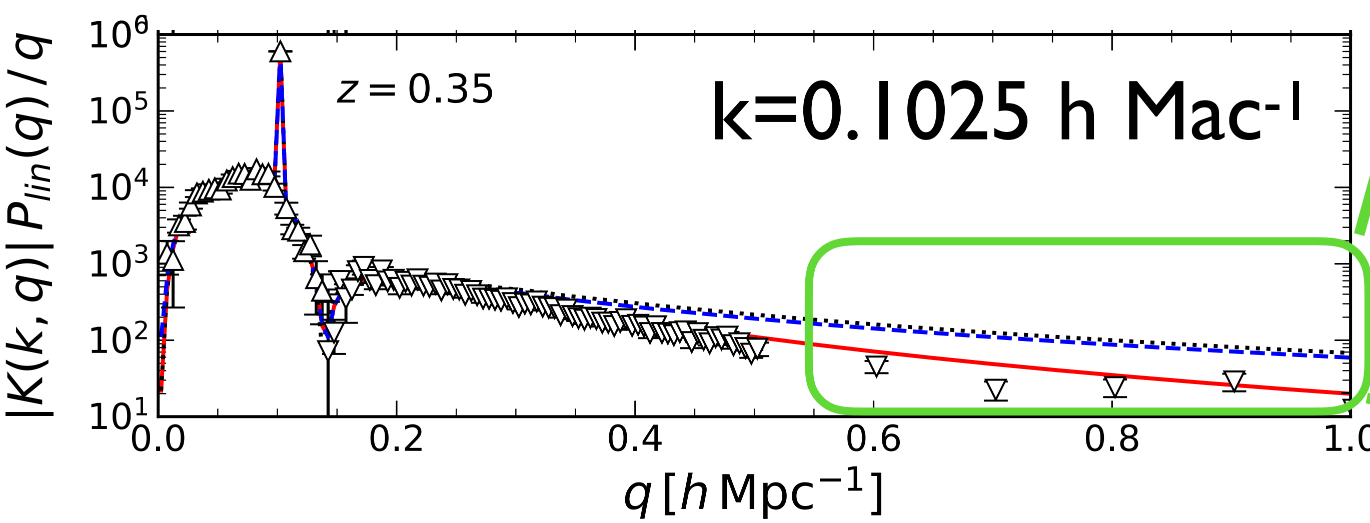
Nishimichi, Bernardea & AT ('16,'17)

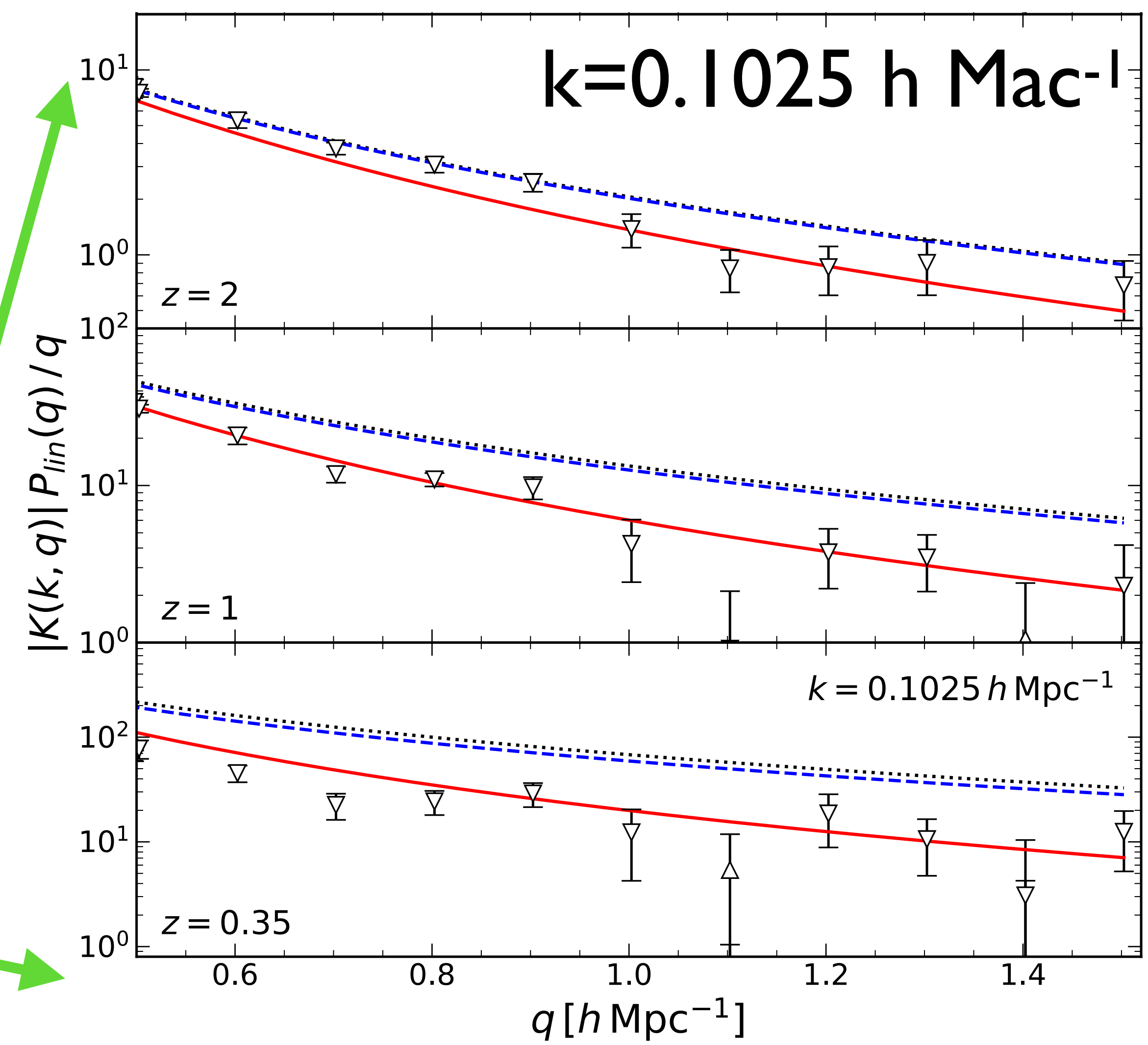
N体シミュレーションでは、
大スケールに対する小スケールの影響は抑制されている

出力 (非線形) $\delta P_{\rm nl}(k) = \int d\ln q\, K(k,q)\, \delta P_0(q)$ 入力 (線形)

応答関数 $K(k,q;z) = q\dfrac{\delta P^{\rm nl}(k;z)}{\delta P^{\rm lin}(q;z)}$

SPT 2-loop
RegPT 2-loop
減衰項入りモデル





摂動論のトラブル：小まとめ

従来の摂動論にひそむ問題点

シングルストリームの破れ → 高次の摂動計算が破綻

（大スケールでも破綻）

対処方法

✓ 高次の計算をしない

適用範囲が限定される

✓ 有効場理論のアプローチ

Baumann et al. ('12)
Carrasco, Herzberg & Senatore ('12), …

圧力ゼロ流体からのずれを表す有効ストレステンソルを導入

N対シミュレーションで較正

理論の予言性が失われる

動機

シングルストリームを超える取り扱いは摂動計算で可能か？

計算精度や適用範囲は従来の方法に比べて改善するか？

１次元宇宙での考察

AT & Colombi ('17)

ポストコラプス摂動論

ラグランジェ描像にもとづく新しい摂動論

適応フィルタリング

マルチストリームの影響を低減

両者の組み合わせで小スケールまでシミュレーションを再現

ゼルドビッチ解

(Zel'dovich '70)

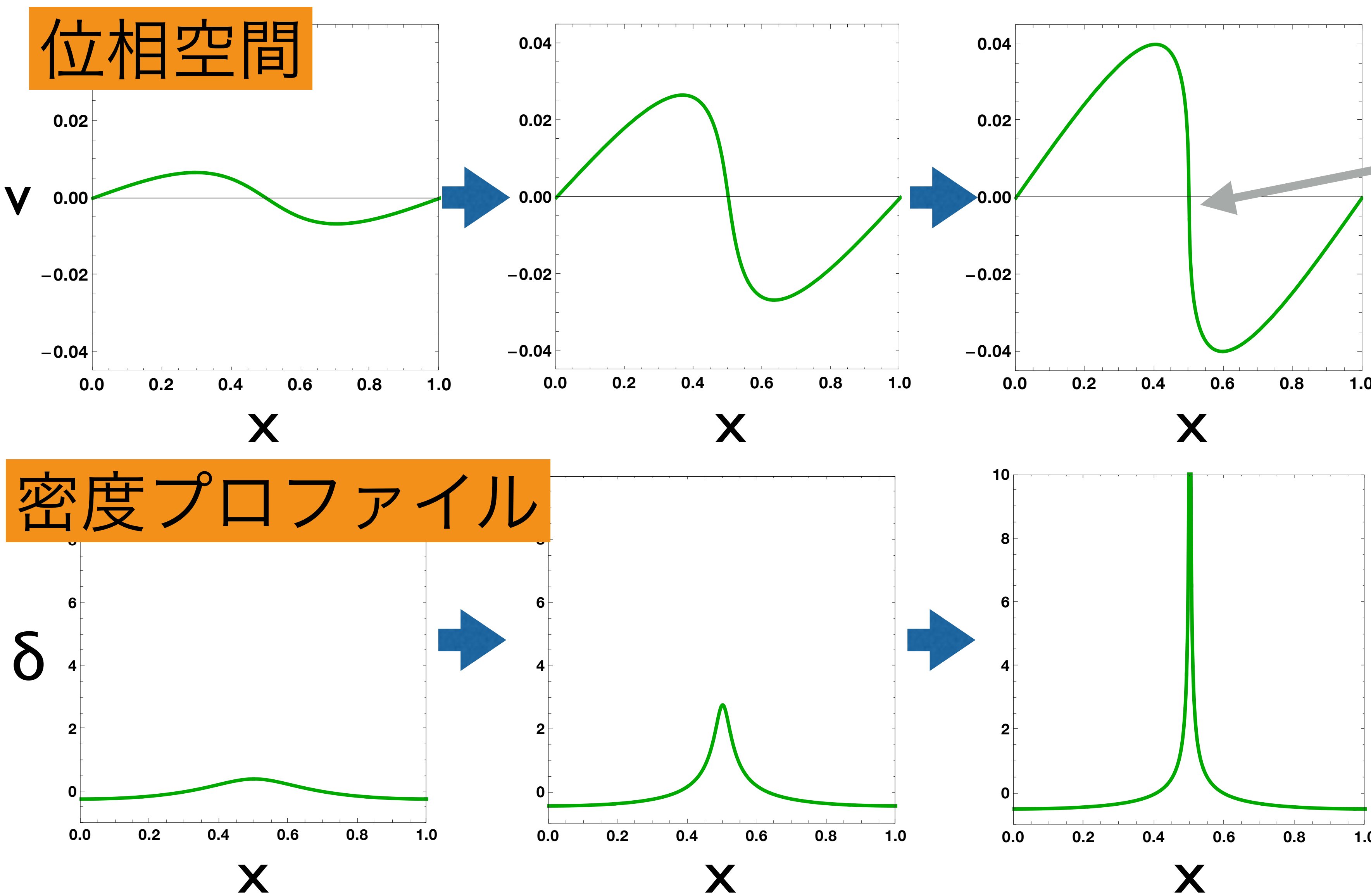
シングルストリーム
の厳密解

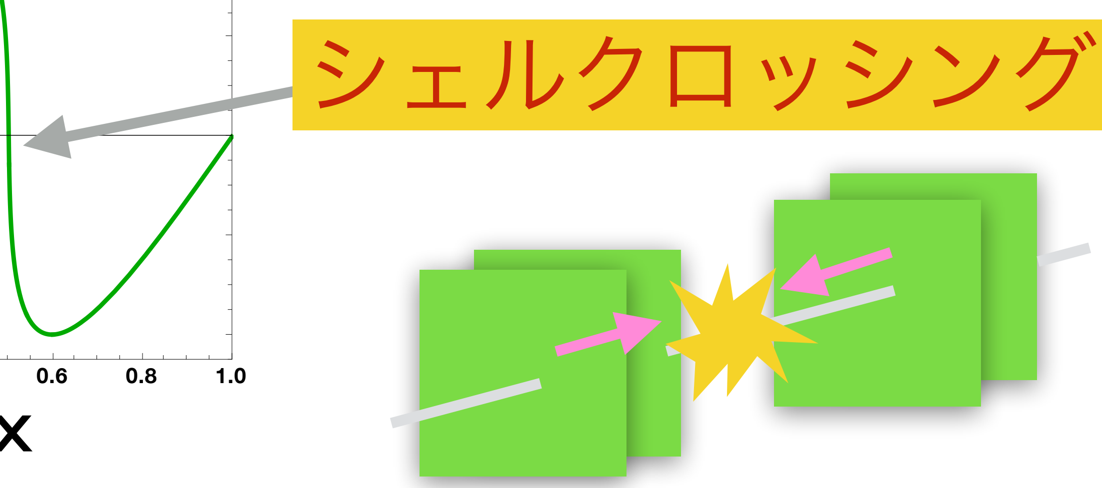
$$x(q;\tau) = q + \psi(q)\, D_+(\tau)$$

$$\mathrm{v}(q;\tau) = \psi(q)\, \frac{dD_+(\tau)}{d\tau}$$

$D_+(\tau)$ ：線形成長因子

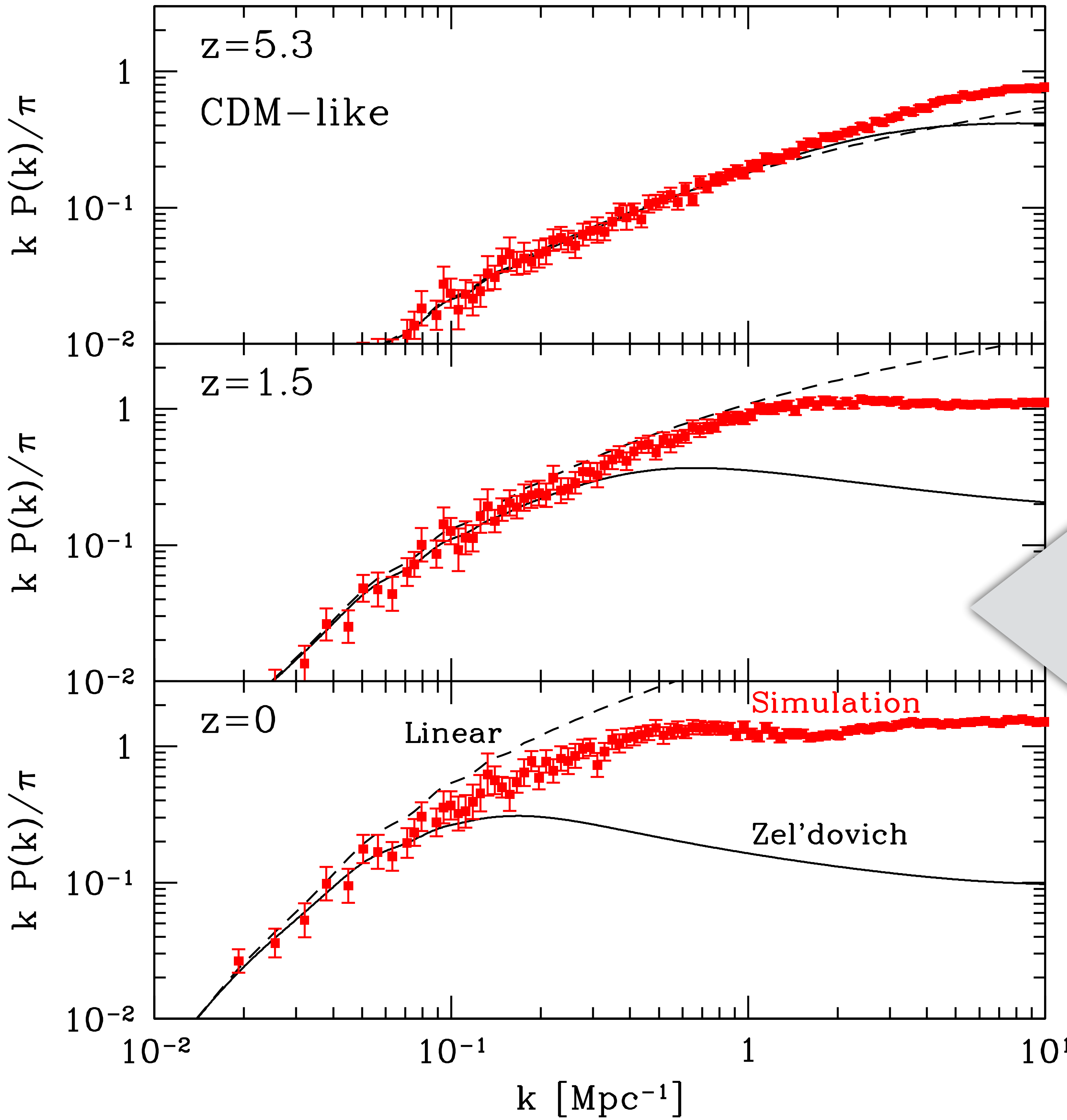
$\psi(q)$ ：変移場





シェルクロッシング
まで厳密解

シミュレーション vs ゼルドビッチ



初期条件 Planck ΛCDM

$$P_{1\mathrm{D}}(k) = \frac{k^2}{2\pi} P_{3\mathrm{D}}(k)$$

無次元パワースペクトルは３次元と同じ

シングルストリーム近似の限界がクリアに

$L = 1,000\,\mathrm{Mpc}$
# of particles (sheets) : $200,000$
# of runs : 50

パブリックコード： Vlafroid

http://www.vlasix.org/uploads/Main/froid1D.1.5.tar.gz

ポストコラプス摂動論

AT & Colombi ('17)

ゼルドビッチ解をもとに、シェルクロッシング後の
マルチストリーム領域を扱う新しい摂動計算手法

計算の概要

変移場

ゼルドビッチ解 $x_{\rm Zel}(q;\tau) = q + \psi(q;\tau)$ q：ラグランジュ座標

$$\psi(q;\tau) = A(q_0;t) + B(q_0;\tau)\,(q-q_0) + C(q_0;\tau)\,(q-q_0)^3 + \cdots$$

シェルクロッシング
周りでテイラー展開

1. マルチストリーム領域の「力」を計算：$F(x(q;\tau)) = -\nabla_x \Phi(x(q;\tau))$

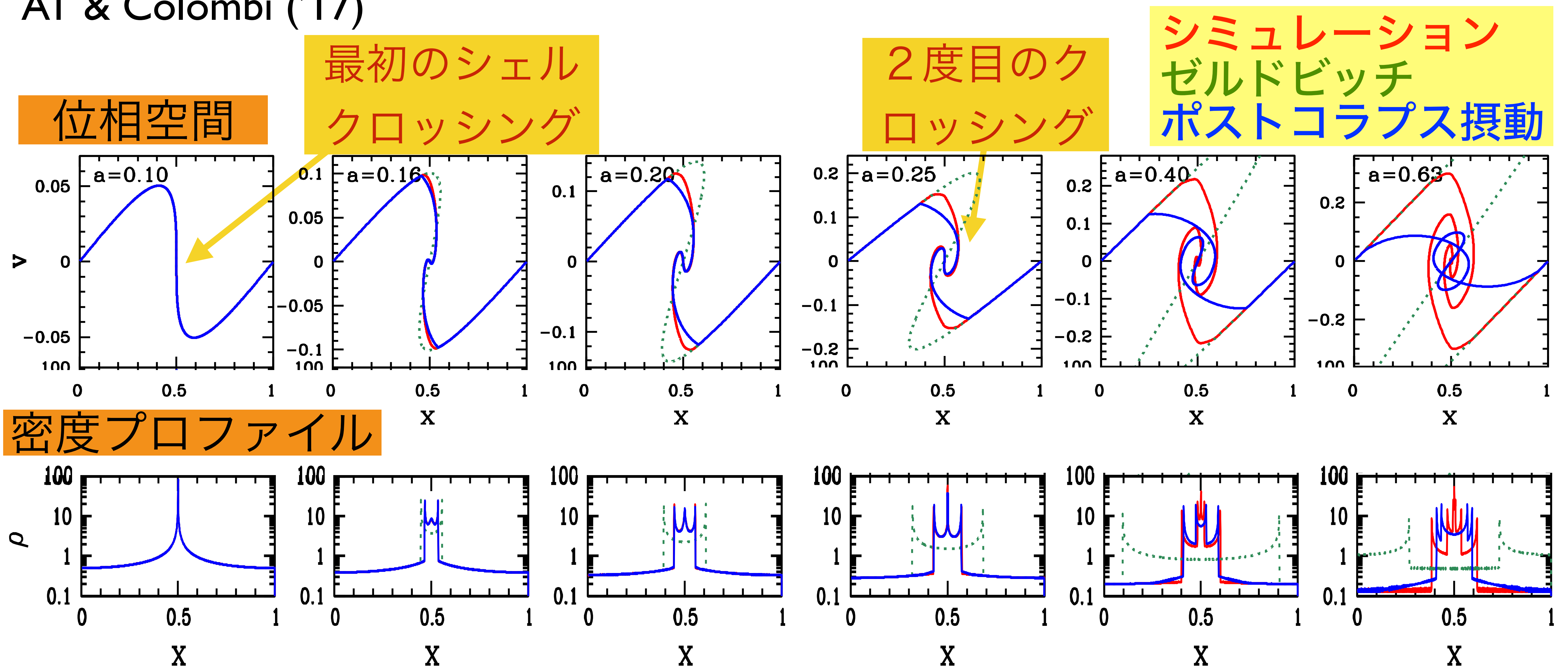
2. 「力」を積分してゼルドビッチ解に対する反作用を求める：

$$\Delta \mathrm{v}(Q;\tau,\,\tau_{\rm q}) = \int_{\tau_{\rm q}}^{\tau} d\tau'\, F(x(Q,\tau')), \quad \Delta x(Q;\tau,\,\tau_{\rm q}) = \int_{\tau_{\rm q}}^{\tau} d\tau'\, \Delta \mathrm{v}(Q;\tau',\tau_{\rm q})$$

…… ラグランジュ座標 $Q=q-q_0$ の7次の多項式

ポストコラプス摂動：孤立ハロー

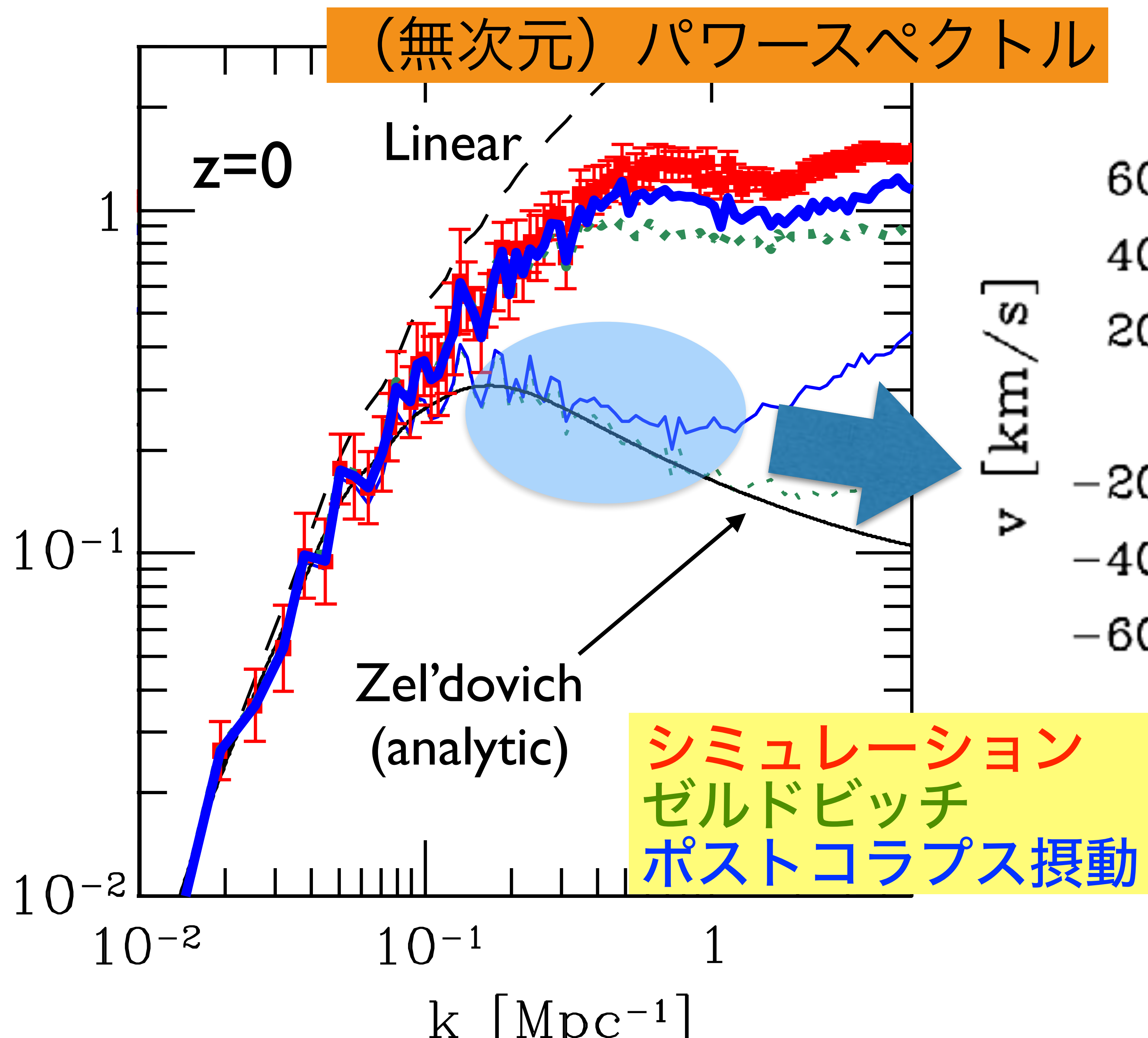
AT & Colombi ('17)



２度目のクロッシング後の近似は悪くなるものの、密度プロファイルの形状はシミュレーションをそれなりに再現

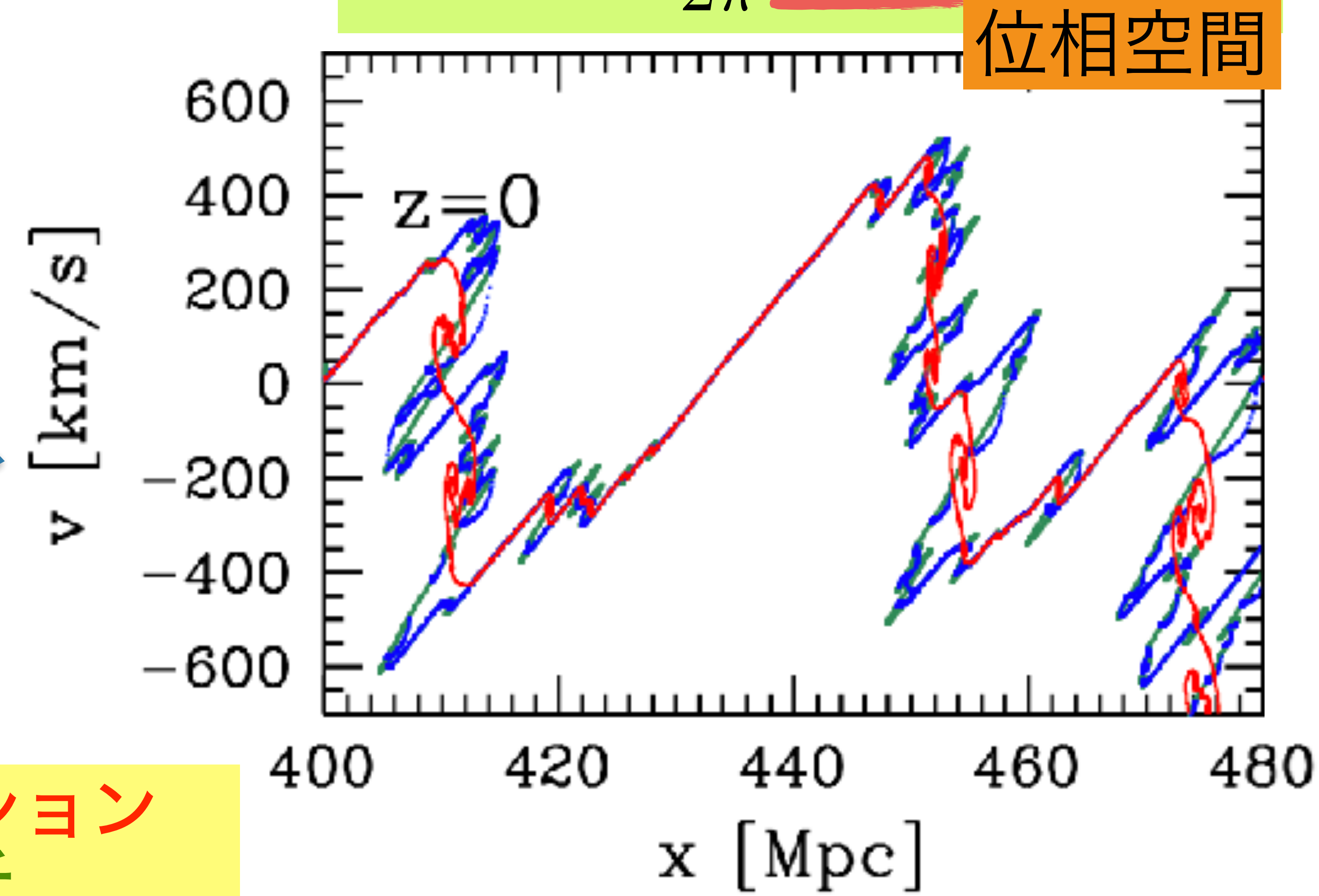
ポストコラプス摂動：CDM的初期条件

AT & Colombi ('17)



$$P_{\rm 1D}(k) = \frac{k^2}{2\pi} P_{\rm 3D}(k)$$

Planck ΛCDM



ハロー同士の相互作用の影響大→摂動的記述が悪化

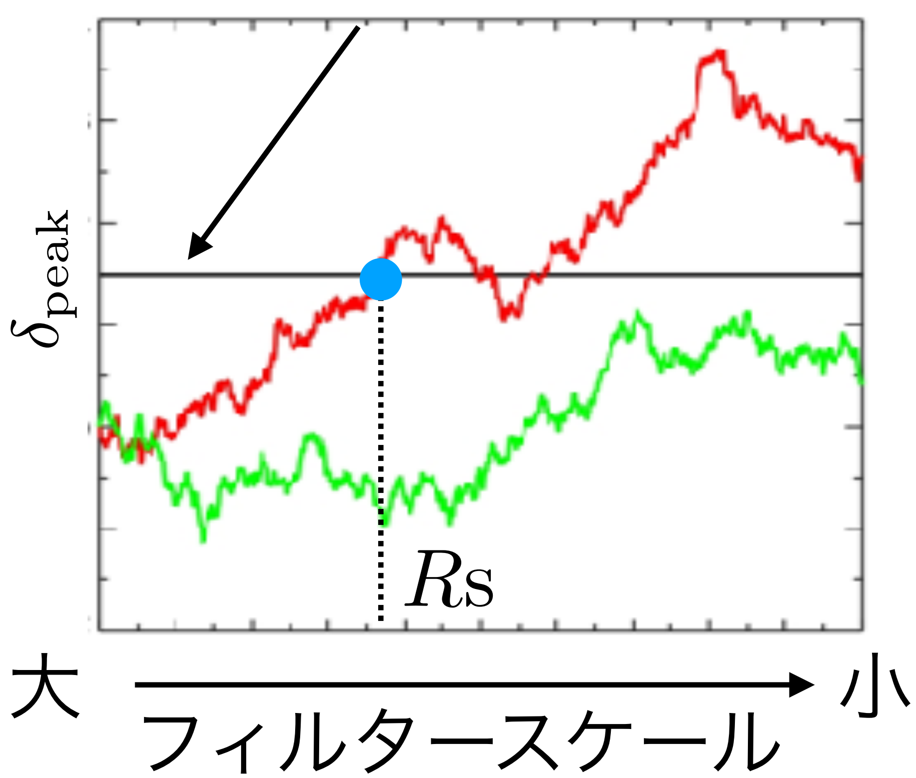
適応ポストコラプス摂動

ハロー個々の構造に興味はない → スムージング

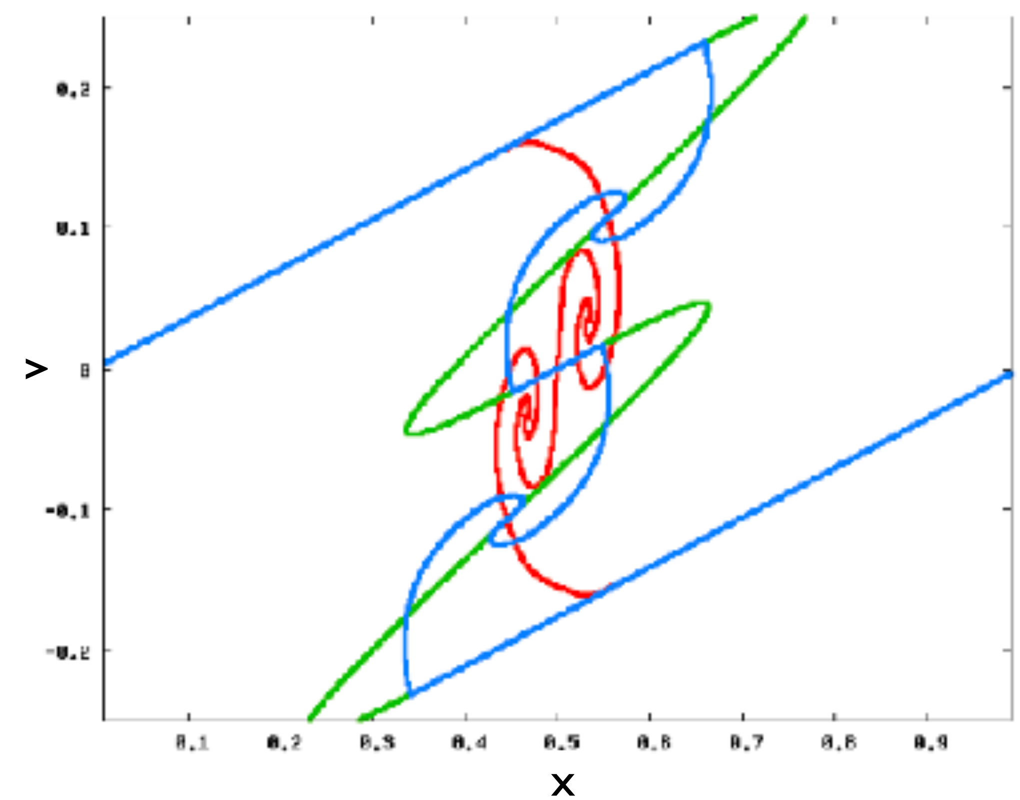
ただし、ハローの成長・合体過程は環境に依存

初期密度ピークに対して「**適応フィルタリング**」

２度目のクロッシング時刻
に対応する臨界密度値



フィルターされた初期密度場を
用いてポストコラプス摂動



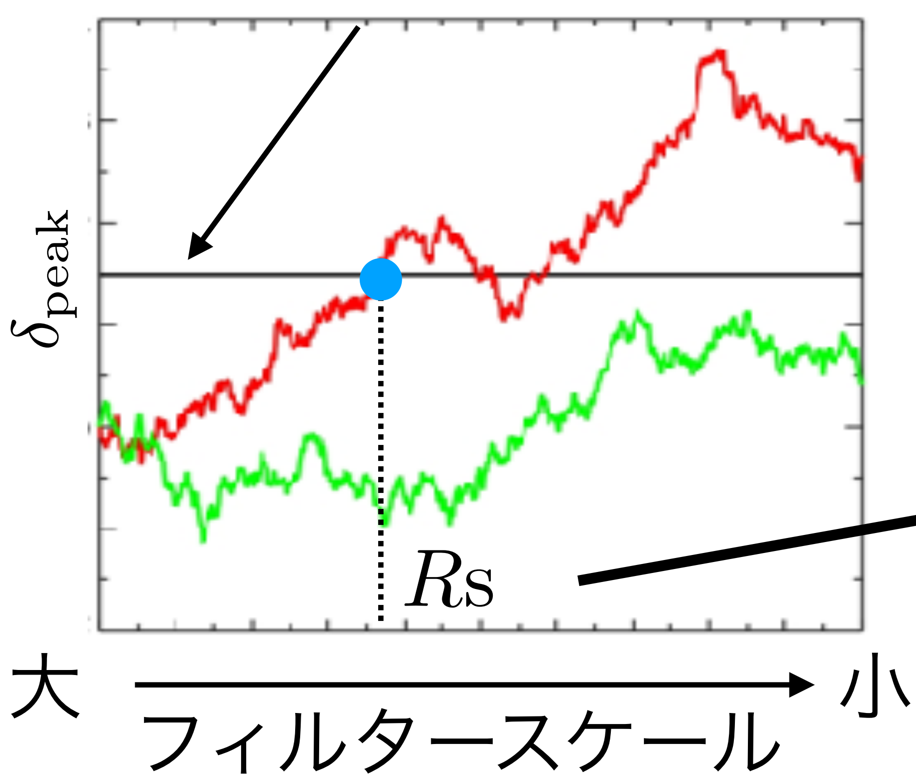
適応ポストコラプス摂動

ハロー個々の構造に興味はない → スムージング

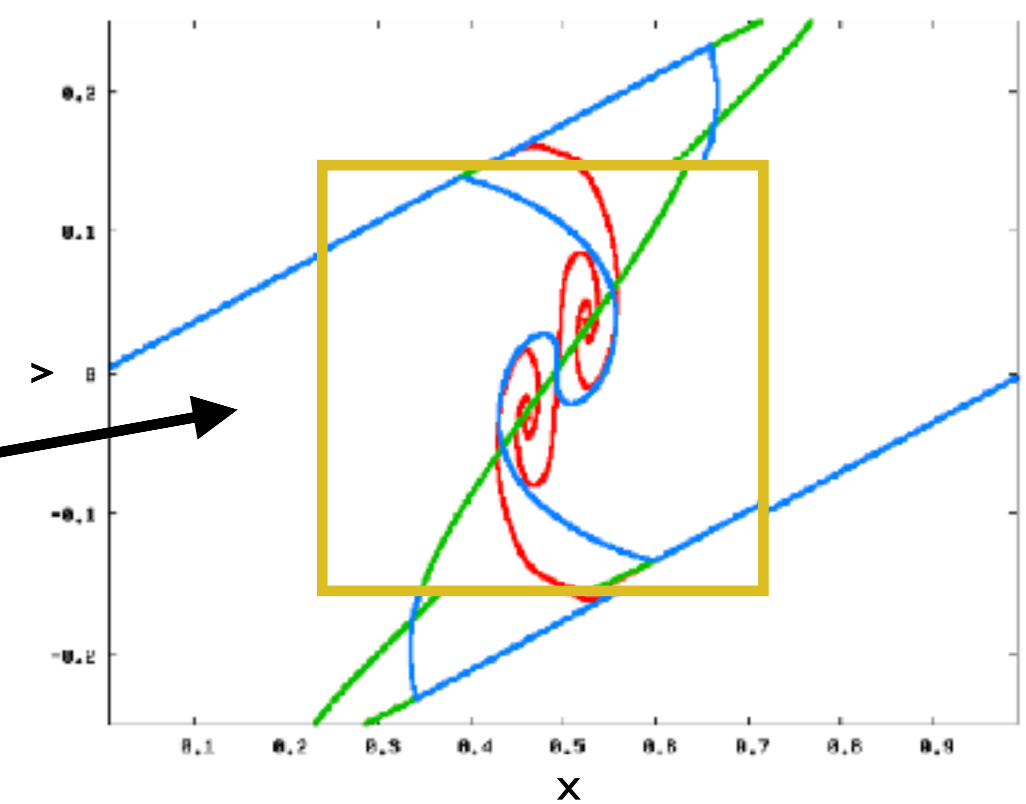
ただし、ハローの成長・合体過程は環境に依存

初期密度ピークに対して「**適応フィルタリング**」

２度目のクロッシング時刻に対応する臨界密度値

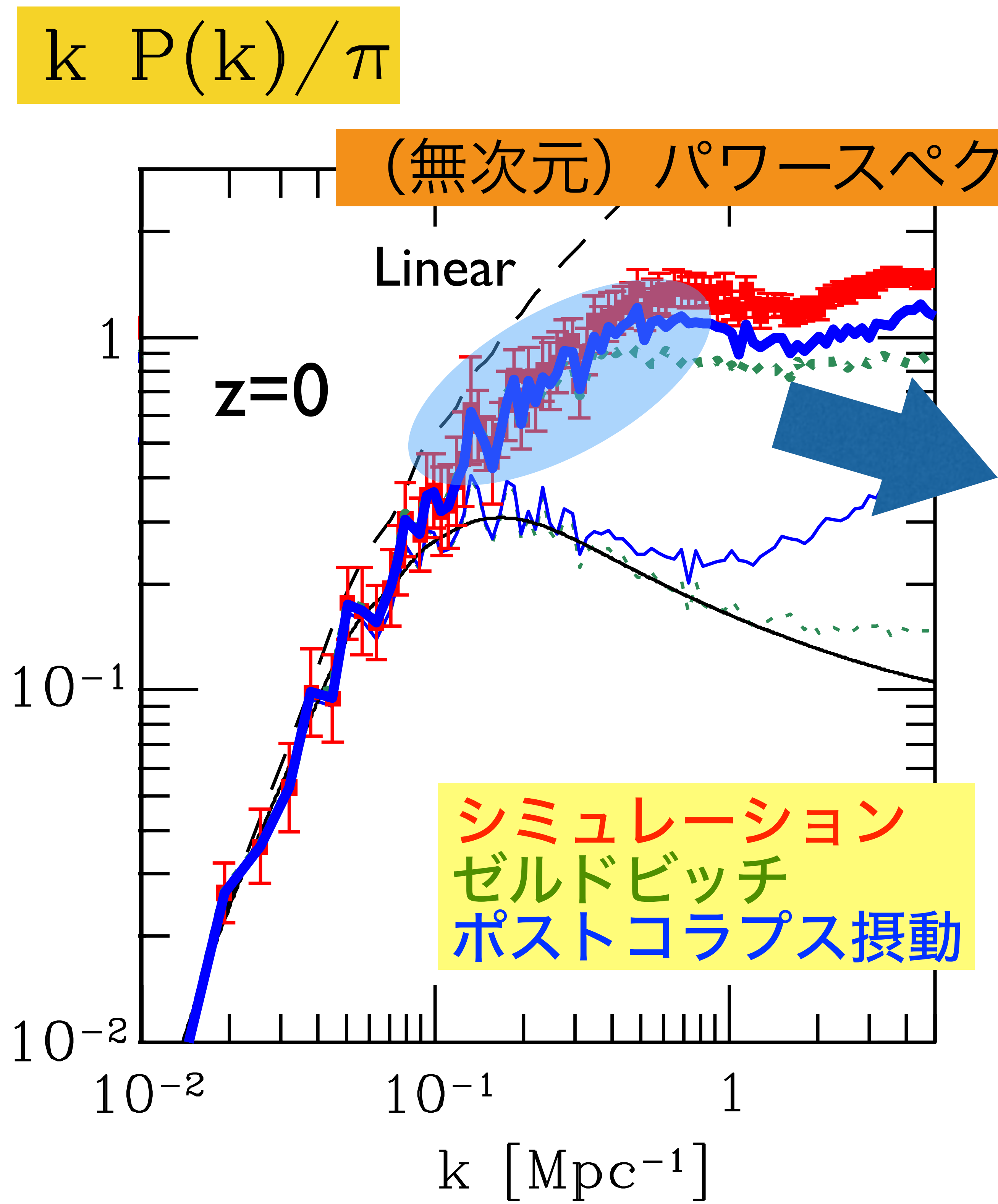


フィルターされた初期密度場を用いてポストコラプス摂動



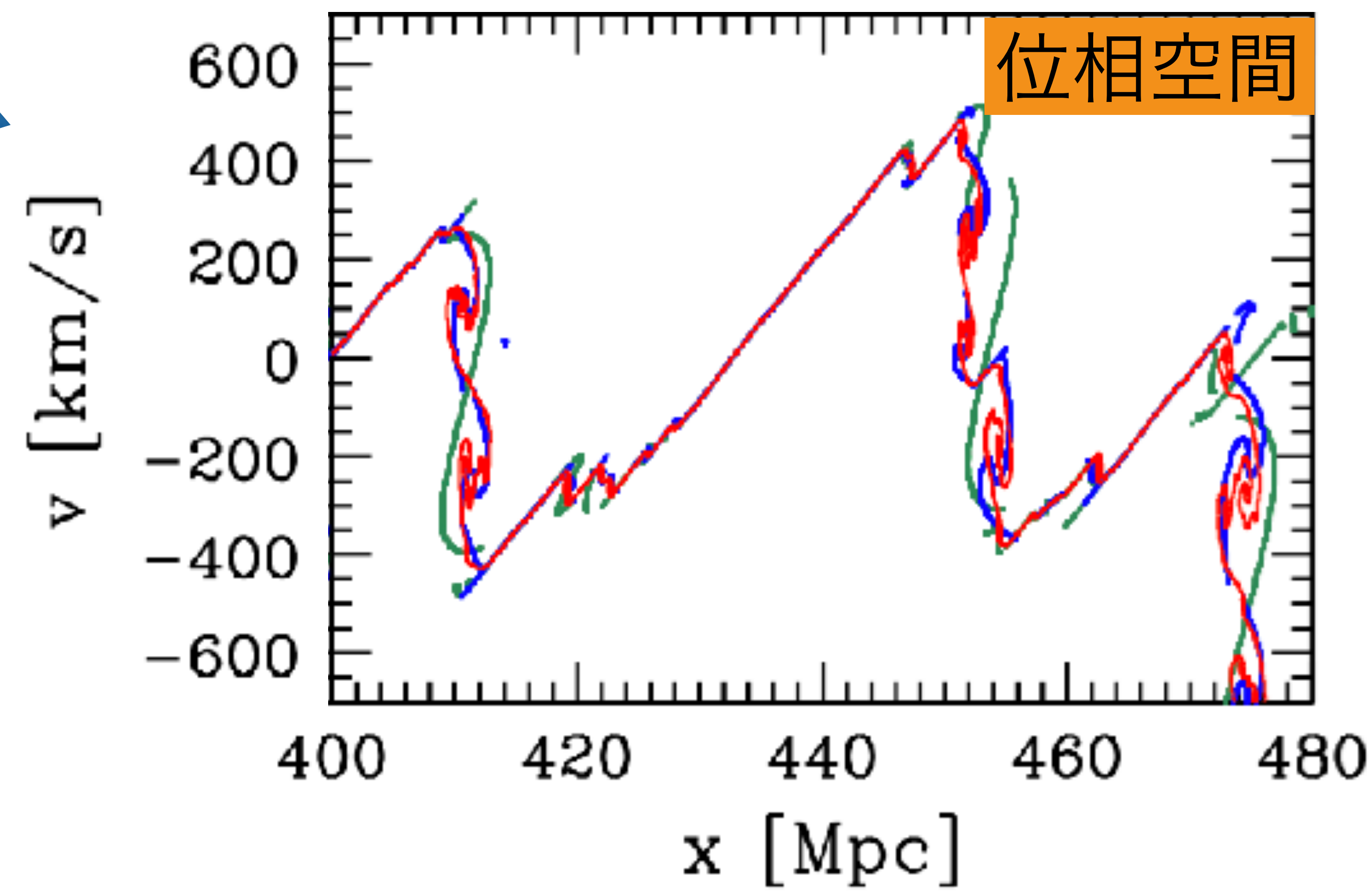
適応

ポストコラプス摂動：CDM的初期条件



適応フィルタリング

初期密度ピークに適用
(with filter scales determined by first-barrier crossing)



AT & Colombi ('17)

考察

シングルストリームを超える取り扱いは摂動計算で可能か？

フリーパラメーターなし

ポストコラプス摂動論

マルチストリームのラグランジュ的取り扱い

適応フィルタリング

初期密度ピークに応じたハローの粗視化

➡ ３次元にも有効（なはず）

ただし、

３次元ではゼルドビッチ解はあくまで「近似」

シェルクロッシング前の記述も正確にできるか非自明

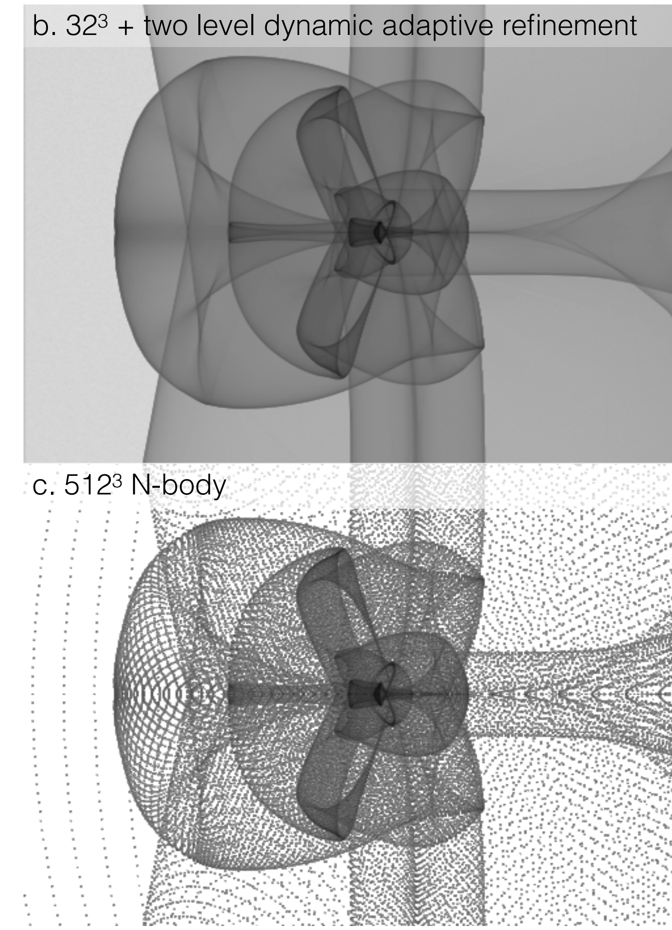
宇宙論的ヴラソフコードの発展

DIRECT INTEGRATION OF THE COLLISIONLESS BOLTZMANN EQUATION IN SIX-DIMENSIONAL PHASE SPACE: SELF-GRAVITATING SYSTEMS

2013

64^6

KOHJI YOSHIKAWA[1], NAOKI YOSHIDA[2,3], AND MASAYUKI UMEMURA[1]
[1] Center for Computational Sciences, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennodai, Tsukuba, Ibaraki 305–8577, Japan; kohji@ccs.tsukuba.
[2] Department of Physics, The University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan
[3] Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe, The University of Tokyo, Kashiwa, Chiba 277-8583, Japan

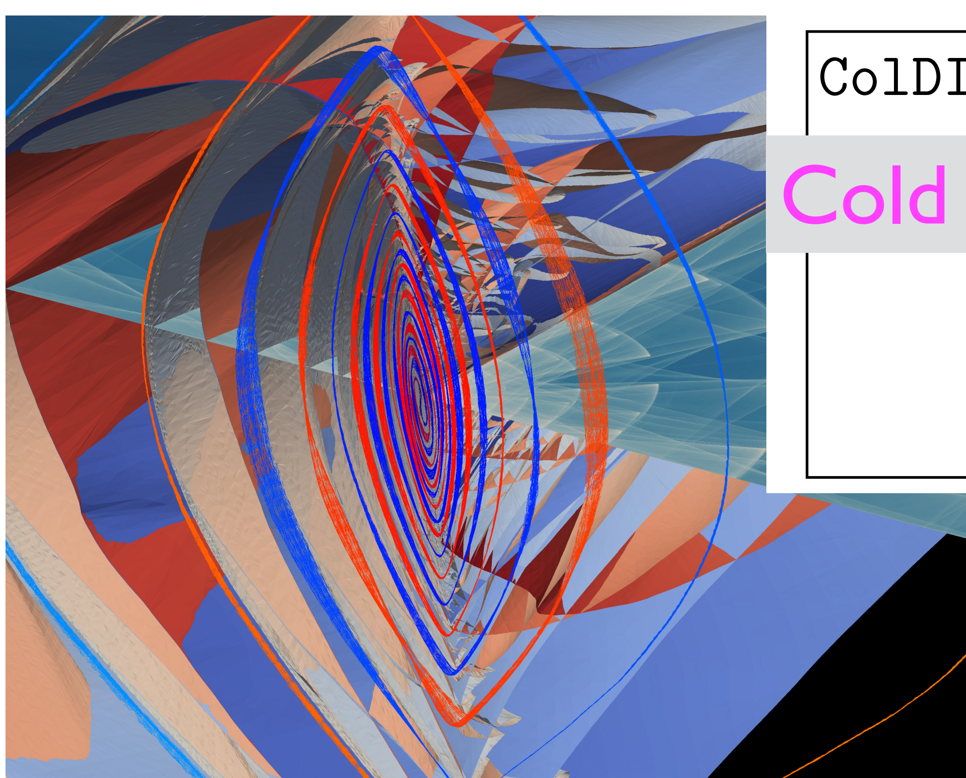


An adaptively refined phase-space element method for cosmological simulations and collisionless dynamics

Cold initial condition

Oliver Hahn*[1] and Raul E. Angulo†[2]
[1] Department of Physics, ETH Zurich, CH-8093 Zürich, Switzerland
[2] Centro de Estudios de Física del Cosmos de Aragón, Plaza San Juan 1, Planta-2, 44001, Teruel, Spain.

2016



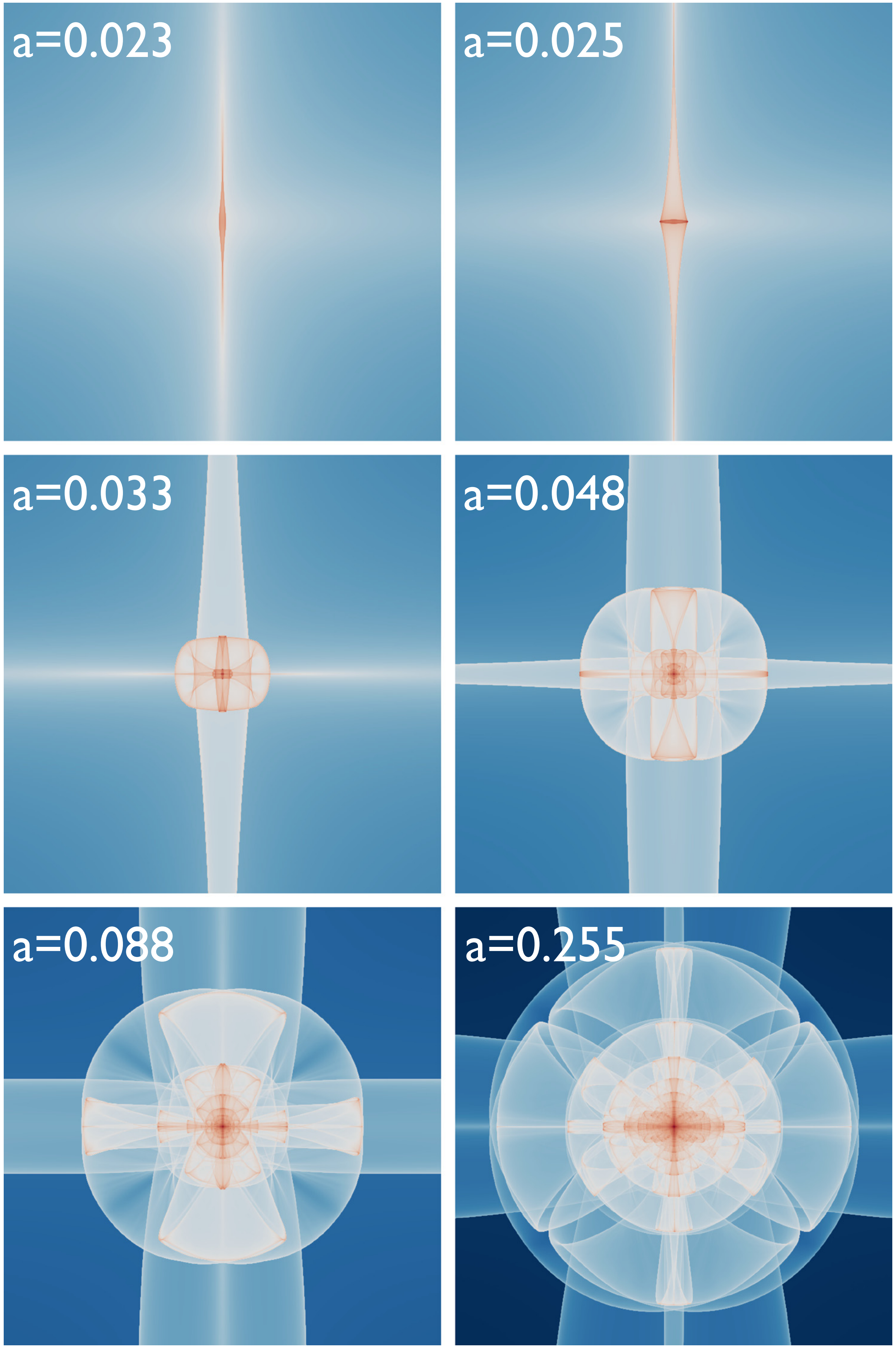
ColDICE: a parallel Vlasov-Poisson solver using moving adaptive simplicial tessellation

Cold initial condition

2016

Thierry Sousbie[a,b,c,*], Stéphane Colombi[a]
[a] Institut d'Astrophysique de Paris, CNRS UMR 7095 and UPMC, 98bis, bd Arago, F-75014 Paris, France
[b] Department of Physics, The University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan
[c] Research Center for the Early Universe, School of Science, The University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan

解析計算とシミュレーションの詳細な比較ができるようになってきた



2D collapse with sine-wave initial condition

Initial displacement @ a=0.01:

$$\mathbf{\Psi}(\boldsymbol{q}) = \frac{L}{2\pi}\begin{pmatrix} 0.4\sin\left(\frac{2\pi}{L}\,q_x\right) \\ 0.3\sin\left(\frac{2\pi}{L}\,q_y\right)\end{pmatrix}$$

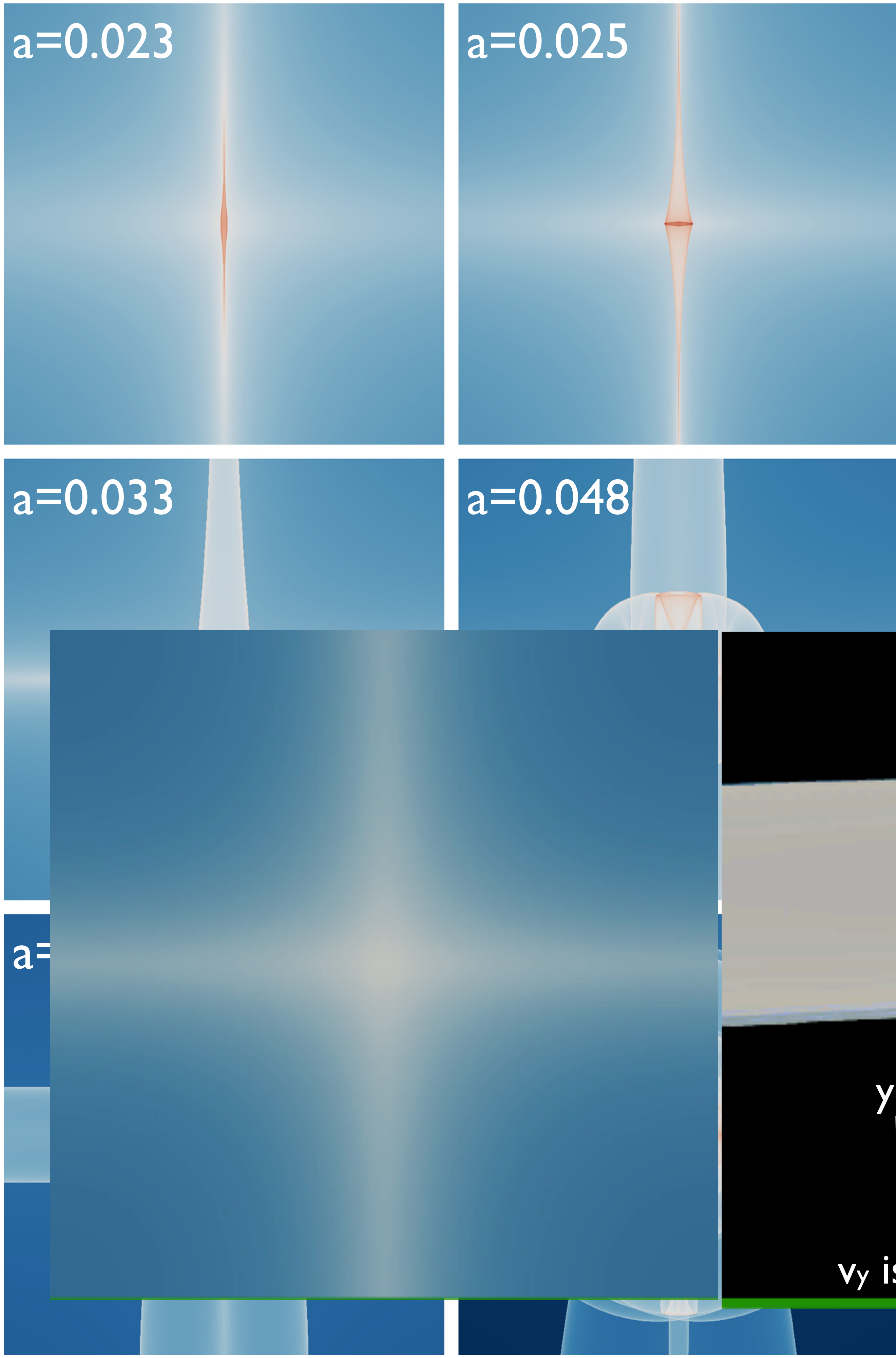
projected density

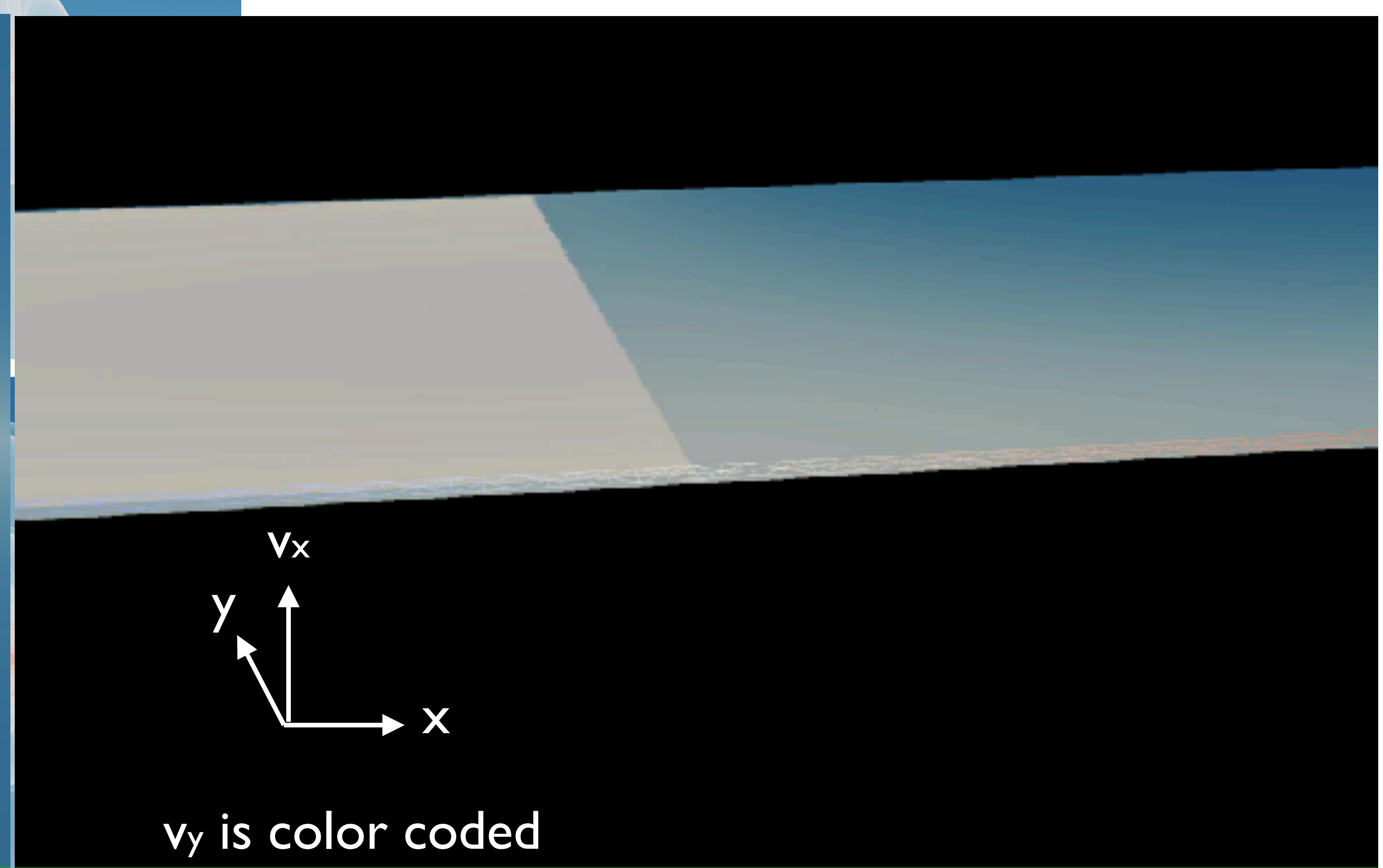
http://www.vlasix.org/index.php?n=Main.ColDICE

2D collapse with sine-wave initial condition

Initial displacement @ a=0.01:

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{q}) = \frac{L}{2\pi}\begin{pmatrix} 0.4\sin\left(\frac{2\pi}{L}\,q_x\right) \\ 0.3\sin\left(\frac{2\pi}{L}\,q_y\right) \end{pmatrix}$$





http://www.vlasix.org/index.php?n=Main.ColDICE

３次元シェルクロッシングの記述

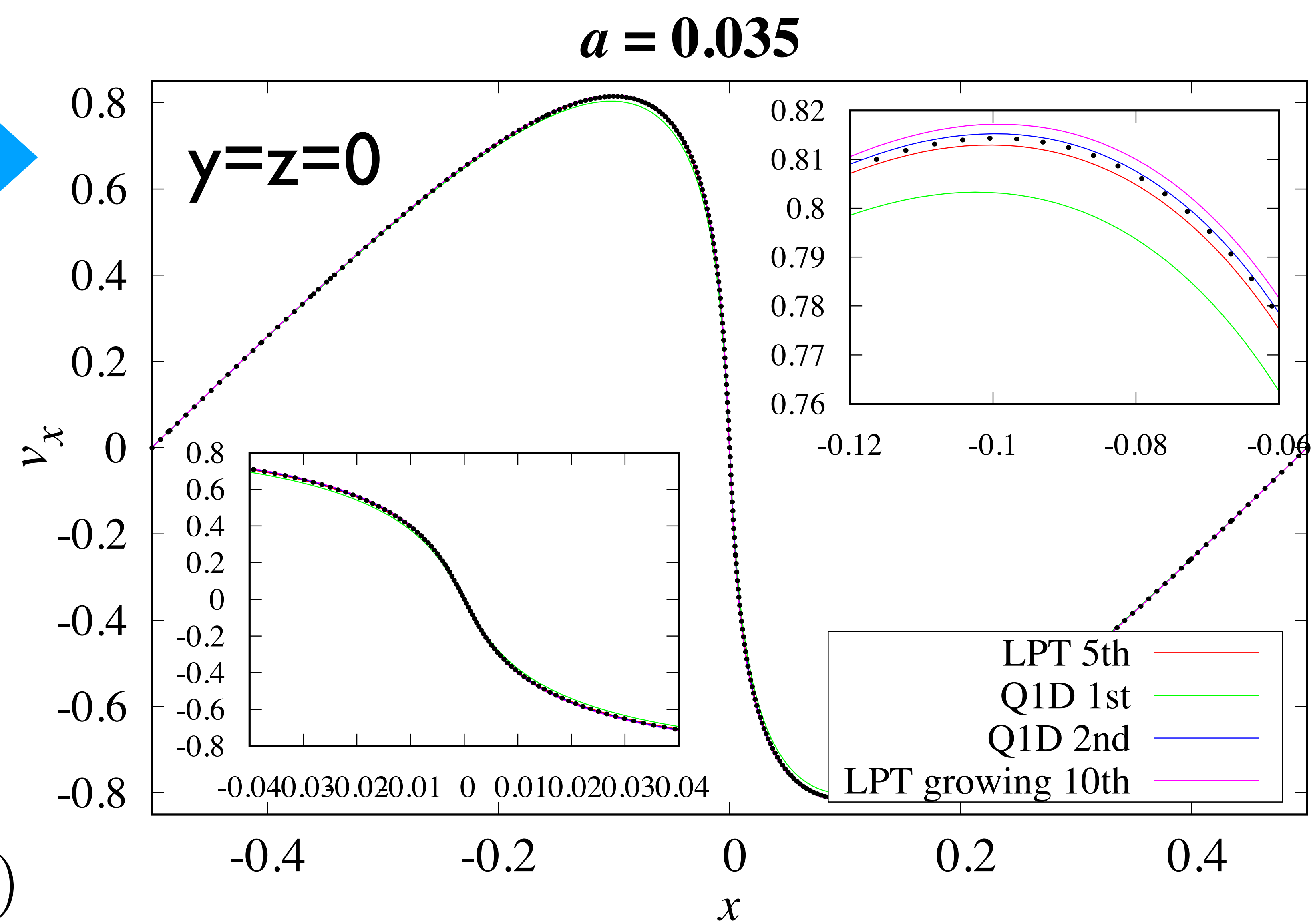
嵯峨くんの講演

ラグランジュ的摂動論にもとづく記述　（LPT・Q1D）

(e.g., Matsubara '15, Rampf & Frisch '17)

ヴラソフシミュレーションとの比較

（準１次元的コラプス）



変移ベクトル

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{q}) = a_{\rm init}\begin{pmatrix} \epsilon_{\rm x}\sin q_x \\ \epsilon_{\rm y}\sin q_y \\ \epsilon_{\rm z}\sin q_z \end{pmatrix}$$

パラメーター：

$$a_{\rm init} = 0.0005$$

$$(\epsilon_{\rm x}, \epsilon_{\rm y}, \epsilon_{\rm z}) = (-24, -4, -3)$$

３次元シェルクロッシングの記述

嵯峨くんの講演

ラグランジュ的摂動論にもとづく記述 （LPT・Q1D）

(e.g., Matsubara ’15, Rampf & Frisch ’17)

ヴラソフシミュレーションとの比較

(準１次元的コラプス)

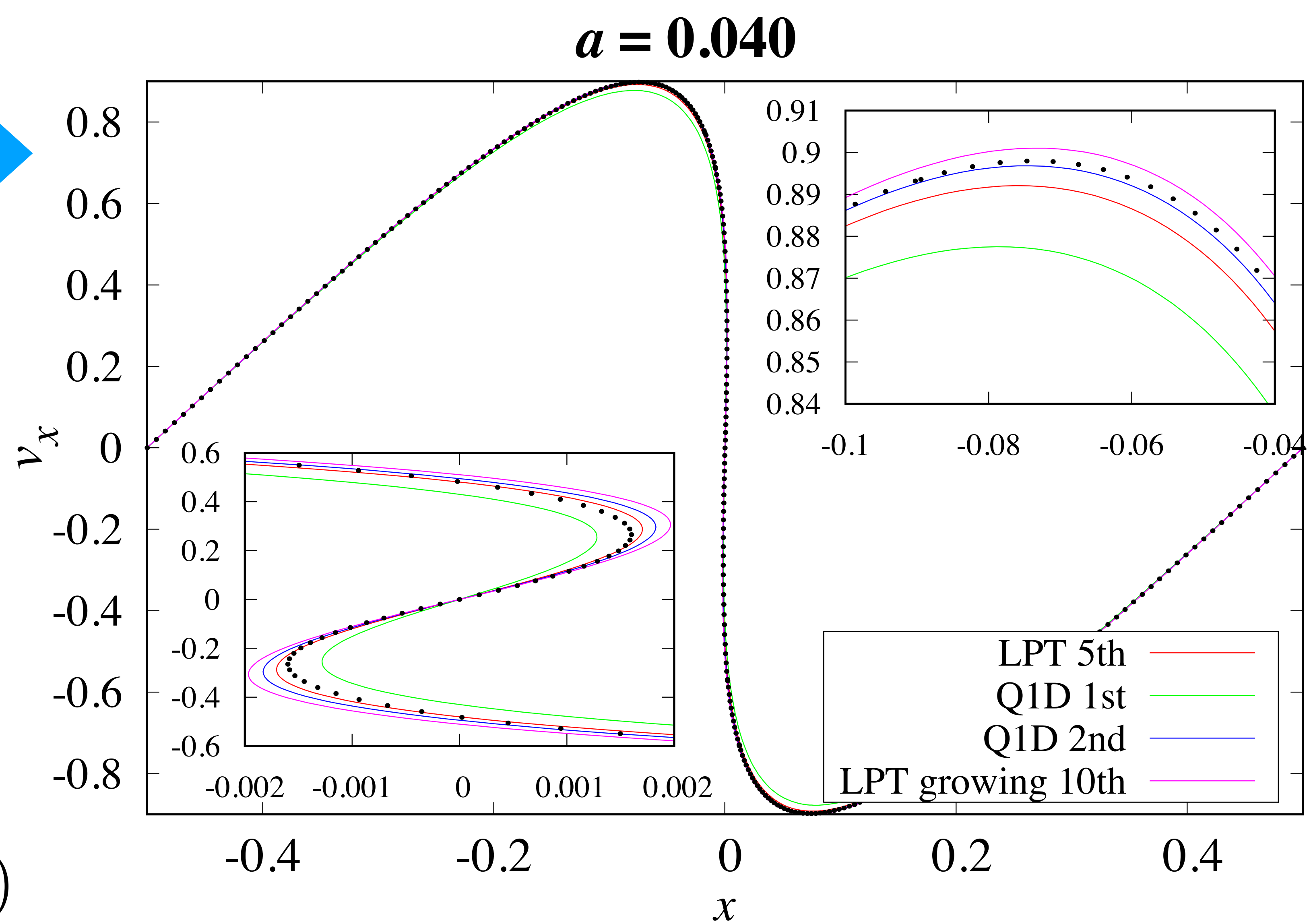
変移ベクトル

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{q}) = a_{\rm init}\begin{pmatrix} \epsilon_{\rm x}\sin q_x \\ \epsilon_{\rm y}\sin q_y \\ \epsilon_{\rm z}\sin q_z \end{pmatrix}$$

パラメーター：

$$a_{\rm init} = 0.0005$$

$$(\epsilon_{\rm x}, \epsilon_{\rm y}, \epsilon_{\rm z}) = (-24, -4, -3)$$



３次元シェルクロッシングの記述

嵯峨くんの講演

ラグランジュ的摂動論にもとづく記述 （LPT・Q1D）

(e.g., Matsubara ’15, Rampf & Frisch ’17)

ヴラソフシミュレーションとの比較

（準１次元的コラプス）

変移ベクトル

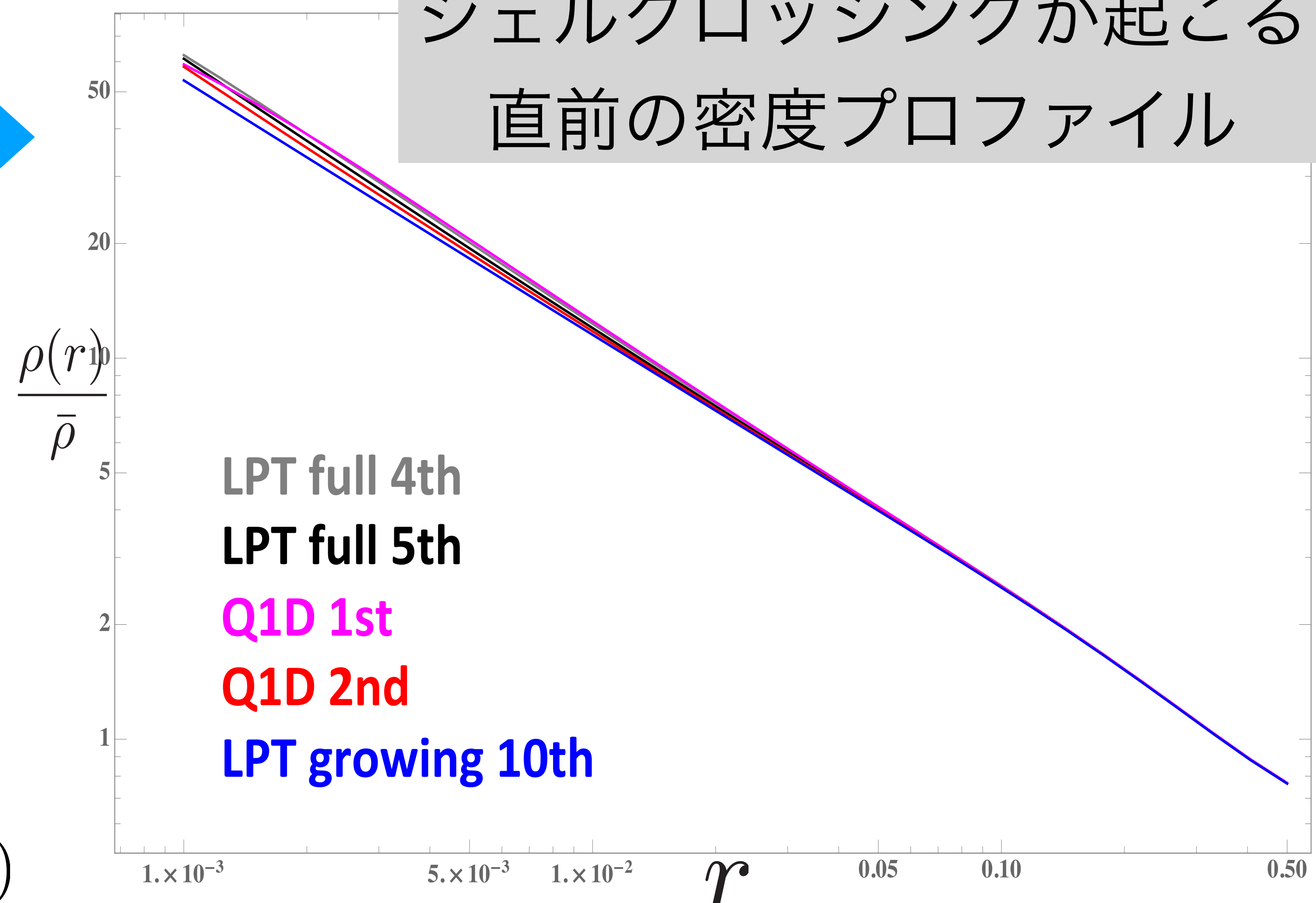
$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{q}) = a_{\rm init}\begin{pmatrix}\epsilon_{\rm x}\sin q_x \\ \epsilon_{\rm y}\sin q_y \\ \epsilon_{\rm z}\sin q_z\end{pmatrix}$$

パラメーター：

$$a_{\rm init} = 0.0005$$

$$(\epsilon_{\rm x}, \epsilon_{\rm y}, \epsilon_{\rm z}) = (-24, -4, -3)$$

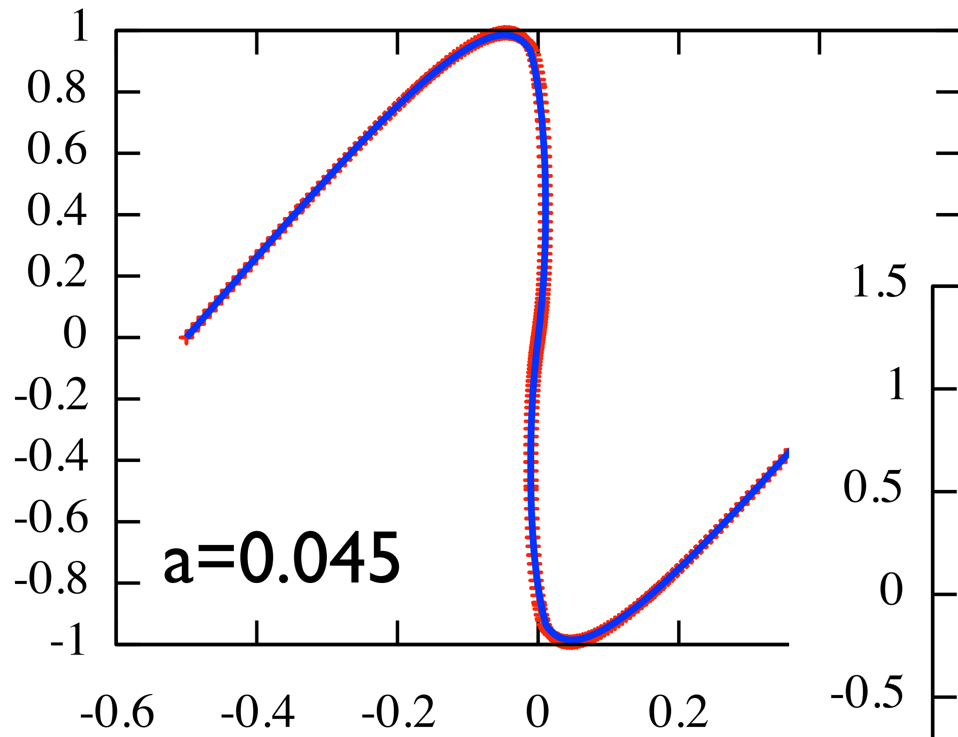
シェルクロッシングが起こる直前の密度プロファイル

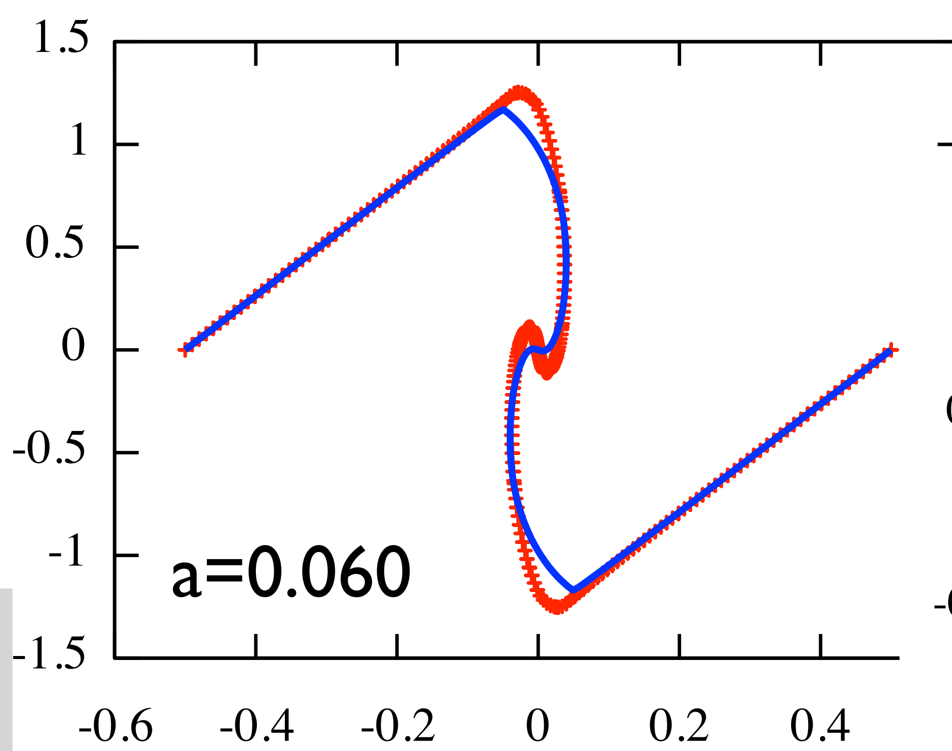


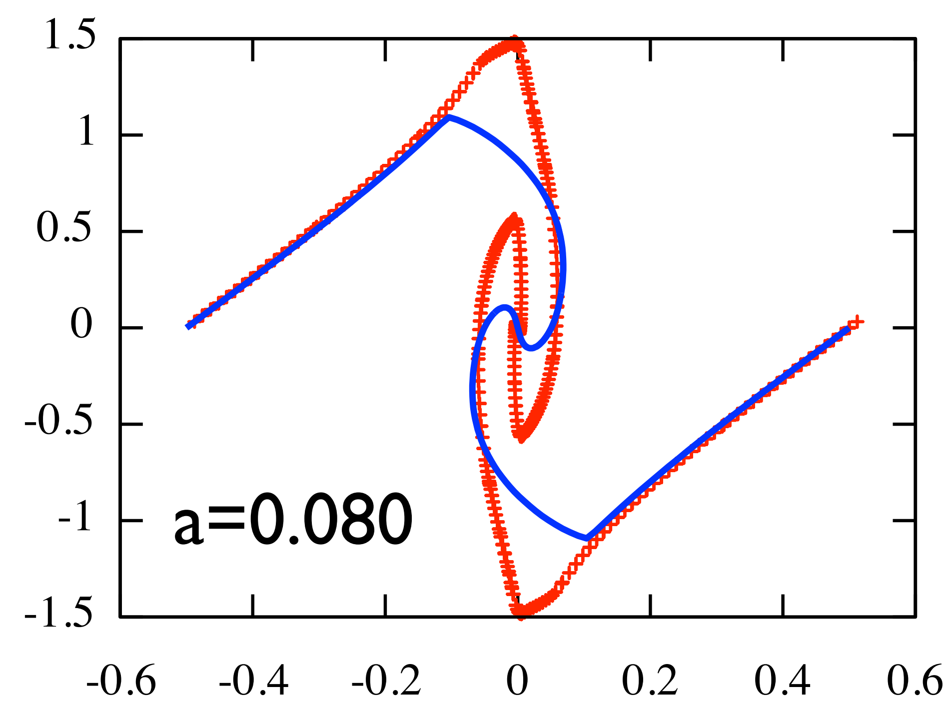
３次元シェルクロッシング後

シェルクロッシング後の１次元ポストコラプス摂動論と比較

（2次のQIDに対する力の反作用を求めた）







パラメーター：

$a_{\mathrm{init}} = 0.0005$

$(\epsilon_{\mathrm{x}}, \epsilon_{\mathrm{y}}, \epsilon_{\mathrm{z}}) = (-24, -4, -3)$

準一次元的なコラプスでも、２度目以降のシェルクロッシングが早まり、１次元の摂動計算とずれる（多次元の効果）

まとめ

シングルストリーム近似にもとづく従来の計算手法をこえる大規模構造の摂動論の開発・発展

シングルストリーム近似にもとづく摂動計算の問題点

→ 高次摂動で破綻

シェルクロッシングを超える（１次元）：

- ポストコラプス摂動論

  マルチストリームのラグランジュ的取り扱い

- 適応フィルタリング

  初期密度ピークに応じたハローの粗視化

３次元への拡張に向けた研究も進展中 → 嵯峨くんの講演